수학 잘 한다면

에이급수학

중학 1-1

학습 계획표

자신의 학습 목표를 정해놓고 성취 상황을 체크해 나가는 계획표입니다.

주	목표 및 달성	1일	2일	3일	4일	5일
1주	PLAN					
	성취도					
2주	PLAN					
	성취도					
3주	PLAN					
	성취도					
4주	PLAN					
	성취도					
5주	PLAN					
	성취도					
6주	PLAN					
	성취도					
7주	PLAN					
	성취도					
8주	PLAN					
	성취도					
9주	PLAN					
	성취도					
10주	PLAN					
	성취도					
11주	PLAN					
	성취도					
12주	PLAN					
	성취도					

시작의 말

창의성이란 새로운 지식을 창출하는 사고능력입니다. 일상 생활에서도 복잡한 일을 풀어갈 때나 대화를 할 때 논리적 사고가 중요하며 과학기술과 함께 사회가 급속도로 변화하는 오늘날에는 무엇보다 올바른 사고력과 판단력이 중요시되고 있습니다.

에이급수학은 유연한 논리사고력, 고도의 응용력, 종합적 문제해결력을 연마하는 데 가장 중점을 두고 만들어졌습니다. 이 책을 충분히 습득해서 확실한 기초실력을 갖추고 유연한 논리적 사고를 키워간다면 이미 고교수학의 토대는 완성된 것입니다.

수학은 비슷비슷한 문제를 많이 푸는 것보다 깊이 있는 문제를 곰곰이 생각하고 시간을 들여 스스로 풀어보는 것이 더욱 효과적입니다. 또한 평소 어려운 문제를 다루다 보면 어떠한 문제에도 자신있게 대처할 수 있는 힘이 생깁니다.

수학이 어렵고 잘 풀리지 않는 원인은 공식을 잊었거나 계산이 잘못된 경우보다 원리의 이해나 사고력이 부족하여 문제의 분석이 안되었기 때문입니다.

수학을 잘하는 길은 "가장 좋은 문제를 스스로 풀어보는 것" 이외에는 없습니다.

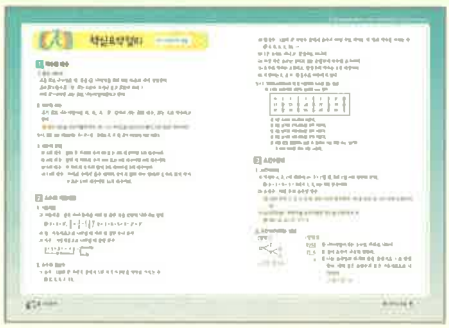
큰 가능성을 안고 꿈을 실현해 나갈 여러분들을 에이급출판사는 언제나 응원합니다.

이 책의 구성과 특징

풍부한 문제 수, 최적화된 해법, 자연스럽게 실력이 붙는 체계적인 구성으로
상위권의 실력이 탄탄하게 갖춰집니다.

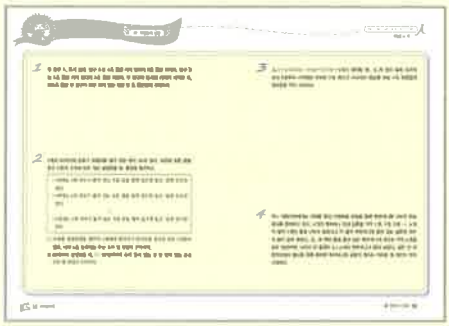
핵심요약정리

각 단원에서 배우는 내용을 정확히 이해할 수 있도록 핵심을 짚어 정리하였습니다. 중요포인트를 체크하여 개념이 정리되도록 하였으므로 실전문제에 들어가기 앞서 매우 효율적입니다. 보다 상세한 설명은 개념서인 원리해설 수학과 연계해놓아 부족한 부분을 보충할 수 있게 하였습니다.



사고력의 날개

시대가 요구하는 창의적이고도 자유로운 사고력을 배양할 수 있도록 깊이 있는 사고력을 요하는 문제들을 배치하였습니다. 스스로 생각하고 스스로 판단하고 자기주도적으로 문제를 해결해 나갈 수 있는 힘, 사고력에 날개를 달아 정상으로 도약합시다.



1단계

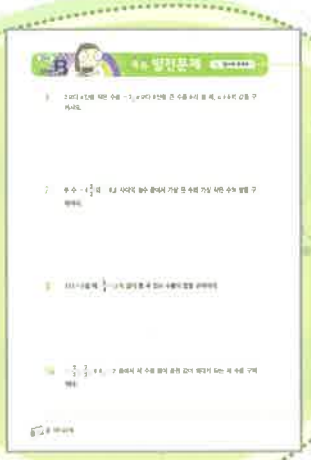
꼼꼼실전문제 STEP C

▶ 개념을 정확히 이해했는지 필수적이고 대표적인 문제를 통해 단원에서 배운 내용을 바로 체크할 수 있게 하였습니다. 이 코너의 문제들을 자기 것으로 소화한다면 이미 수학적 체력은 갖추어진 것입니다.

2단계

쑥쑥발전문제 STEP B

▶ 개념이해에서 한발 더 나아가 응용 · 발전된 문제들을 풀어봄으로써 한 단계 높은 실력을 키우도록 하였습니다. 학교시험에도 완벽대비하여 최강내신의 실력을 갖춥니다.



3단계

도전최고수준문제 STEP A

▶ 심화문제의 해결을 통해 최상위권의 실력을 갖출 수 있도록 하였습니다. 쉬운 문제를 많이 푸는 것보다 깊이 있는 고난이도의 문제에 도전함으로써 어떤 문제라도 풀 수 있는 수학자신감과 실력을 확인할 수 있습니다.

이 책의 차례

에이급수학 중학 1-1

에이급수학 중학 1-2

에이급수학 중학 1-2는 별도 판매합니다.

01

자연수의 성질

I'm A class-math

핵심요약정리

01 자연수의 성질

1 약수와 배수

1. 몫과 나머지

A를 B로 나누었을 때, 몫을 Q, 나머지를 R라 하면 다음의 식이 성립한다.

$\boldsymbol{A=B\times Q+R}$ (단, R는 0보다 크거나 같고 B보다 작다.)

이때 $R=0$이면 A는 B로 나누어떨어진다고 한다.

2. 약수와 배수

A가 B로 나누어떨어질 때, 즉, $A=B\times Q$에서 A는 B의 배수, B는 A의 약수라고 한다.

예 24는 6으로 나누어떨어진다. $24=6\times 4$이므로 24는 6의 배수, 6은 24의 약수이다.

참고] 중등 교과 과정에서는 $A=B\times Q+R$에서 A, B, Q, R가 자연수일 때만 다룬다.

3. 배수의 판별

(1) 4의 배수 : 끝의 두 자리의 수가 00 또는 4의 배수이면 4의 배수이다.

(2) 8의 배수 : 끝의 세 자리의 수가 000 또는 8의 배수이면 8의 배수이다.

(3) 9의 배수 : 각 자리의 숫자의 합이 9의 배수이면 9의 배수이다.

(4) 11의 배수 : 주어진 수에서 홀수 번째의 숫자의 합과 짝수 번째의 숫자의 합의 차가 0 또는 11의 배수이면 11의 배수이다.

2 소수와 거듭제곱

1. 거듭제곱

(1) 거듭제곱 : 같은 수나 문자를 여러 번 곱한 것을 간단히 나타내는 방법

예 $3\times 3=3^2$, $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\left(\frac{1}{2}\right)^2$, $2\times 2\times 5\times 5\times 5=2^2\times 5^3$

(2) 밑 : 거듭제곱으로 나타낼 때 여러 번 곱한 수나 문자

(3) 지수 : 거듭제곱으로 나타낼 때 곱한 횟수

$\underbrace{2\times 2\times 2\times\cdots\times 2}_{n\text{개}}=2^{n}$ ← 지수

밑

2. 소수와 합성수

(1) 소수 : 1보다 큰 자연수 중에서 1과 자기 자신만을 약수로 가지는 수

예 2, 3, 5, 7, 11, …

(2) 합성수 : 1보다 큰 자연수 중에서 소수가 아닌 수로 적어도 세 개의 약수를 가지는 수

예 4, 6, 8, 9, 10, …

(3) 1은 소수도 아니고, 합성수도 아니다.

(4) 가장 작은 소수는 2이고, 2는 유일하게 짝수인 소수이다.

(5) 소수의 약수는 2개이고, 합성수의 약수는 3개 이상이다.

(6) 자연수는 1, 소수, 합성수로 이루어져 있다.

참고 '에라토스테네스의 체'를 이용하여 소수를 찾는 방법

예 1부터 30까지의 자연수 중에서 소수 찾기

~~1~~	2	3	~~4~~	5	~~6~~	7	~~8~~	~~9~~	~~10~~
11	~~12~~	13	~~14~~	~~15~~	~~16~~	17	~~18~~	19	~~20~~
~~21~~	~~22~~	23	~~24~~	~~25~~	~~26~~	~~27~~	~~28~~	29	~~30~~

① 1은 소수가 아니므로 지운다.

② 2를 남기고 2의 배수를 모두 지운다.

③ 3을 남기고 3의 배수를 모두 지운다.

④ 5를 남기고 5의 배수를 모두 지운다.

⑤ 이와 같은 방법으로 남은 수 중에서 가장 작은 수는 남기고 그 수의 배수를 계속 지워 나간다.

3 소인수분해

1. 소인수분해

(1) 자연수 a, b, c에 대하여 $a=b\times c$일 때, b와 c를 a의 인수라 한다.

예 $9=1\times9=3\times3$에서 1, 3, 9는 9의 인수이다.

(2) 소인수 : 어떤 수의 소수인 인수

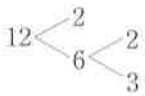
예 12의 약수 1, 2, 3, 4, 6, 12는 12의 인수이다. 이 중 소수 2, 3은 12의 소인수이다.

(3) 소인수분해 : 자연수를 소인수만의 곱으로 나타내는 것

예 $20=2\times2\times5=2^2\times5$

2. 소인수분해하는 방법

[방법1]



$\therefore 12=2^2\times3$

[방법2]

2)12 ① 나누어떨어지는 소수로 차례로 나눈다.

2) 6 ② 몫이 소수가 나오면 멈춘다.

3 ③ 나눈 소수들과 마지막 몫을 곱셈기호 ×로 연결한다. 이때 같은 소인수의 곱은 거듭제곱으로 나타낸다.

$\therefore 12=2^2\times3$

3. 자연수의 제곱수

(1) 어떤 자연수의 제곱이 되는 수를 **자연수의 제곱수**라 한다.

예 1, 4, 9, 16, ⋯

(2) 자연수의 제곱수는 소인수분해했을 때, 소인수의 거듭제곱의 지수가 모두 짝수이다.

4 소인수분해를 이용하여 약수 구하기

1. 자연수 12와 45의 약수

자연수 45를 소인수분해하면 $45=3^2\times5$이다.

45의 약수는 (3^2의 약수)×(5의 약수)이므로 1, 3, 5, 9, 15, 45이다.

45의 약수의 개수는 (3^2의 약수의 개수)×(5의 약수의 개수)이므로

$(2+1)\times(1+1)=3\times2=6$(개)이다.

×	1	3	3^2
1	1	3	9
5	5	15	45

2. 자연수 P의 약수

자연수 P가 $P=a^l\times b^m\times c^n$ (단, a, b, c는 서로 다른 소수, l, m, n은 자연수)으로 소인수분해될 때

① P의 약수 : (a^l의 약수)×(b^m의 약수)×(c^n의 약수)

② P의 약수의 개수 : $(l+1)\times(m+1)\times(n+1)$개

예 $90=2\times3^2\times5$로 소인수분해되므로 약수는 1, 2, 3, 5, 6, 9, 10, 15, 18, 30, 45, 90이고 약수의 개수는

$(1+1)\times(2+1)\times(1+1)=2\times3\times2=12$(개)이다.

3. 자연수 P의 약수의 합과 곱

자연수 P가 $P=a^l\times b^m\times c^n$ (단, a, b, c는 서로 다른 소수, l, m, n은 자연수)으로 소인수분해될 때

(1) 자연수 P의 약수의 합 : $(1+a+a^2+\cdots+a^l)\times(1+b+b^2+\cdots+b^m)$
$\times(1+c+c^2+\cdots+c^n)$

(2) 자연수 P의 약수의 곱
- $P^{\frac{(\text{약수의 개수})}{2}}$ (약수의 개수가 짝수일 때)
- $P^{\frac{(\text{약수의 개수})-1}{2}}\times$(제곱해서 P가 되는 수) (약수의 개수가 홀수일 때)

5 공약수와 최대공약수

1. 공약수와 최대공약수

(1) 공약수 : 두 개 이상의 자연수의 공통인 약수

(2) 최대공약수 : 공약수 중에서 가장 큰 수

(3) 서로소 : 최대공약수가 1인 두 자연수

예 8의 약수는 1, 2, 4, 8이고, 9의 약수는 1, 3, 9이므로 8과 9의 공약수는 1뿐이다.
따라서 두 수의 최대공약수는 1로 두 수는 서로소이다.

(4) 최대공약수의 성질 : 두 개 이상의 자연수의 공약수는 그들의 최대공약수의 약수이다.

2. 최대공약수 구하기

(1) 공약수로 나누는 방법

① 몫의 공약수가 1뿐일 때까지 공약수로 각 수를 나눈다.

② 나누어 준 공약수를 모두 곱한다.

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 30 & 70 \\ \hline 5 & 15 & 35 \\ \hline & 3 & 7 \end{array}$$

공약수

∴ (최대공약수)$=2\times5=10$

$$\begin{array}{r|rrr} 3 & 27 & 45 & 54 \\ \hline 3 & 9 & 15 & 18 \\ \hline & 3 & 5 & 6 \end{array}$$

공약수

∴ (최대공약수)$=3\times3=9$

(2) 소인수분해를 이용하는 방법

① 각 수를 소인수분해한다.

② 각 수의 공통인 소인수를 찾아 모두 곱한다. 이때 지수가 같은 것은 그대로, 다른 것은 작은 것을 택한다.

$$\begin{array}{rl} 20= & 2\times2\times5 \\ 70= & 2\times5\times7 \\ \hline & 2\times5 \end{array} \qquad \begin{array}{l} =2^2\times5 \\ =2\times5\times7 \\ \hline =2\times5 \end{array}$$

∴ (최대공약수)$=2\times5=10$

6 공배수와 최소공배수

1. 공배수와 최소공배수

(1) 공배수 : 두 개 이상의 자연수의 공통인 배수

(2) 최소공배수 : 공배수 중에서 가장 작은 수

(3) 최소공배수의 성질 : 두 개 이상의 자연수의 공배수는 그들의 최소공배수의 배수이다.

참고] 서로소인 두 자연수의 최소공배수는 두 자연수의 곱과 같다.

2. 최소공배수 구하기

(1) 공약수로 나누는 방법

① 1이 아닌 공약수로 각 수를 나눈다. 이때 세 수의 공약수가 없으면 두 수의 공약수로 나누고 공약수가 없는 하나의 수는 그대로 내려 쓴다.

② 나누어 준 수와 마지막 몫을 모두 곱한다.

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 12 & 30 \\ \hline 3 & 6 & 15 \\ \hline & 2 & 5 \end{array}$$

∴ (최소공배수)$=2\times3\times2\times5=60$

$$\begin{array}{r|rrr} 2 & 12 & 24 & 30 \\ \hline 3 & 6 & 12 & 15 \\ \hline 2 & 2 & 4 & 5 \\ \hline & 1 & 2 & 5 \end{array}$$

∴ (최소공배수)$=2\times3\times2\times1\times2\times5$
$=120$

(2) 소인수분해를 이용하는 방법

① 각 수를 소인수분해한다.

② 각 수의 공통인 소인수와 공통이 아닌 소인수를 모두 찾아 곱한다. 이때 공통인 소인수의 지수가 같은 것은 그대로, 다른 것은 큰 것을 택한다.

$$\begin{array}{rl} 12= & 2\times2\times3 \qquad\quad =2^2\times3 \\ 30= & 2 \qquad\quad\times3\times5=2\times3\times5 \\ \hline & 2\times2\times3\times5=2^2\times3\times5 \end{array}$$

∴ (최소공배수)$=2\times2\times3\times5=60$

7 최대공약수와 최소공배수의 관계

두 자연수 A, B의 최대공약수를 G, 최소공배수를 L이라 하면

(1) $A=a\times G$, $B=b\times G$ (단, a, b는 서로소)

예 12와 18의 최대공약수는 6이므로 $12=2\times6$, $18=3\times6$

(2) $L=a\times b\times G$

예 12와 18의 최대공약수는 6, 최소공배수는 36이므로 $36=2\times3\times6$

(3) $L\times G=a\times b\times G\times G=A\times B$

예 12와 18의 최대공약수는 6, 최소공배수는 36이므로
$36\times6=2\times3\times6\times6=12\times18$

참고 최대공약수(Greatest Common Divisor)를 보통 G로 나타내고, 최소공배수(Least Common Multiple)를 보통 L로 나타낸다.

8 최대공약수와 최소공배수의 활용

1. 최대공약수의 활용

'가장 많은', '최대의', '가능한 한 많은' 등의 표현이 들어 있는 문제는 대부분 최대공약수를 이용한다.

(1) 일정한 양을 가능한 한 많이 나누어 주기

(2) 직사각형을 가장 큰 정사각형으로 채우거나 직육면체를 가장 큰 정육면체로 채우기

(3) 직사각형 모양의 둘레에 물건 사이의 간격이 최대가 되도록(가능한 한 적은 수의 물건이 놓이도록) 일정한 간격으로 물건을 놓기

(4) 어떤 자연수들을 모두 나누어떨어지게 하는 가장 큰 자연수 구하기

2. 최소공배수의 활용

'가장 적은', '최소의', '가능한 한 적은' 등의 표현이 들어 있는 문제는 대부분 최소공배수를 이용한다.

(1) 동시에 시작해서 처음으로 다시(그 다음 다시) 동시에 출발하는 시각 구하기

(2) 톱니의 수가 각각 a개, b개인 두 톱니바퀴 A, B가 한 번 맞물린 후 같은 톱니에서 다시 맞물릴 때까지 A, B의 회전수를 구하기

(3) 직사각형을 붙여서 가장 작은 정사각형을 만들거나 직육면체를 쌓아서 가장 작은 정육면체를 만들기

(4) 어떤 자연수로 나누어도 나머지가 같은 가장 작은 자연수 구하기

3. 두 분수를 자연수로 만들기

(1) 두 분수 $\frac{A}{n}$, $\frac{B}{n}$를 자연수로 만드는 n의 값은 (A와 B의 공약수)이고, 가장 큰 n의 값은 (A와 B의 최대공약수)이다.

(2) 두 분수 $\frac{1}{A}$, $\frac{1}{B}$을 자연수로 만들기

두 분수 $\frac{1}{A}$, $\frac{1}{B}$ 중 어느 것에 곱해도 자연수가 되는 수는 (A와 B의 공배수)이다.

(3) 두 분수 $\frac{A}{B}$, $\frac{C}{D}$를 자연수로 만들기

두 분수 $\frac{A}{B}$, $\frac{C}{D}$ 중 어느 것에 곱해도 자연수가 되는 가장 작은 분수는

$\frac{(B,\ D\text{의 최소공배수})}{(A,\ C\text{의 최대공약수})}$이다.

1 다음 수를 소인수분해하여라.

(1) 72 (2) 180 (3) 250

2 다음 수들의 약수의 개수를 구하여라.

(1) 3^7 (2) $2^4 \times 5^3$ (3) $2^5 \times 3^3 \times 7$

3 $\frac{196}{n}$이 자연수가 되기 위한 자연수 n의 값을 모두 구하여라.

4 50 이상 80 이하의 자연수 중 소수의 개수를 구하여라.

STEP C

5 다음 중 옳지 않은 것은?

① $2\times2\times2\times9\times8=2^6\times3^2$
② $5\times a\times a\times b=5\times a^2\times b$
③ $a\times a\times a\times b\times4=2^2\times a^3\times b$
④ $x\times x\times y\times x\times z\times z=x^3\times y\times z^2$
⑤ $\frac{1}{x}\times\frac{1}{x}\times\frac{1}{x}\times\frac{1}{y}\times\frac{1}{y}=\frac{1}{3\times x\times y^2}$

6 다음 중 두 수가 서로소인 것은?

① 6과 10
② 17과 51
③ 12와 33
④ 18과 26
⑤ 21과 65

7 최대공약수가 18인 두 수의 공약수의 개수를 구하여라.

8 다음 중 12의 배수에 대한 설명으로 옳은 것을 모두 고르면?

① 끝의 두 자리의 수가 3의 배수이다.
② 각 자리의 숫자의 합이 12의 배수이다.
③ 각 자리의 숫자의 합이 4의 배수이다.
④ 각 자리의 숫자의 합이 3의 배수이다.
⑤ 4와 6의 공배수이다.

9 다음 중 옳지 않은 것은?

① 모든 소수는 약수가 2개뿐이다.
② 1은 소수도 합성수도 아니다.
③ 모든 자연수의 배수는 무수히 많다.
④ 두 자연수가 서로소이면 공약수는 없다.
⑤ 소수 중 짝수인 수는 2뿐이다.

10 두 수 24와 32의 공약수는 모두 몇 개인지 구하여라.

11 어떤 자연수로 65를 나누었을 때, 몫은 4이고 나머지는 5가 되게 하는 수를 구하여라.

12 4의 배수가 되는 해는 윤년이다. 다음 중 윤년인 해를 모두 고르면?

① 2009년 ② 2010년 ③ 2012년
④ 2015년 ⑤ 2016년

STEP C

13 21과 63의 공약수 중 가장 큰 수를 구하여라.

14 다음 중 항상 옳은 것은?

① 두 수의 최소공배수의 약수는 두 수의 공약수이다.
② 두 수의 최소공배수의 약수는 두 수의 공배수이다.
③ 두 수의 최소공배수의 배수는 두 수의 공약수이다.
④ 두 수의 최소공배수의 배수는 두 수의 공배수이다.
⑤ 서로 다른 두 수의 공약수이면서 공배수인 수가 존재한다.

15 1000에 가장 가까운 6의 배수를 구하여라.

16 98의 소인수를 모두 구하여라.

17 다음 중 항상 옳은 것을 모두 고르면?

① 공약수가 없는 두 자연수는 서로소이다.
② 두 개 이상의 자연수의 공배수 중 최소인 수를 그 수들의 최소공배수라 한다.
③ 두 자연수 a, b의 최대공약수는 두 수의 공약수의 배수이다.
④ 두 자연수 a, b가 서로소이면 두 수의 최소공배수는 1이다.
⑤ 두 자연수 a, b에서 a가 b의 배수이면 두 수의 최대공약수는 b이다.

18 다음 수를 약수가 많은 수부터 차례대로 기호를 나열하여라.

ㄱ. 54	ㄴ. 125	ㄷ. 108	ㄹ. 210	ㅁ. 405

19 세 자리의 수 52□(이)가 3의 배수이고 7□2가 2의 배수일 때, □ 안에 공통으로 들어갈 수 있는 수 중 가장 작은 수를 구하여라.

20 60의 약수의 개수와 그 약수의 총합을 구하여라.

21 1부터 50까지의 자연수 중에서 약수의 개수가 짝수 개인 자연수는 몇 개인지 구하여라.

22 $2^4\times3^2\times5$, $2^2\times3^4\times7$, $2^3\times5^3$의 최대공약수와 최소공배수의 곱을 소인수분해의 꼴로 나타내어라.

23 두 자연수 A, B의 최대공약수는 8이고, 최소공배수는 160일 때, 이를 만족하는 자연수 A의 개수를 구하여라.

24 3600에 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 두 번째로 작은 자연수를 구하여라.

25 세 자연수 28, 42, x의 최대공약수는 7이고 최소공배수는 420이다. 이때 x를 모두 구하여라.

26 네 자리의 수 356□(이)가 4의 배수이면서 3의 배수일 때, □ 안에 알맞은 수를 구하여라.

27 월요일부터 5일째 되는 날은 토요일이다. 오늘이 화요일이면 오늘부터 150일째 되는 날은 무슨 요일인지 구하여라.

28 $2^3 \times$ □(은)는 약수의 개수가 8개인 수 중 가장 작은 자연수이다. □ 안에 알맞은 수를 구하여라.

29 50 이상 100 이하의 자연수 중에서 4로 나누어도 5로 나누어도 1이 남는 수는 모두 몇 개인지 구하여라.

30 두 자리의 자연수를 십의 자리와 일의 자리의 숫자를 바꾸어 다른 수를 만들었다. 이 두 수의 합은 어떤 수의 배수인지 구하여라.

31 0, 1, 2, 3의 수 중 서로 다른 세 개의 숫자를 사용하여 만들 수 있는 세 자리의 자연수 중 3의 배수는 모두 몇 개인지 구하여라.

32 3, 4, 5의 어느 것으로 나누어도 2가 남는 두 자리의 자연수를 구하여라.

33 7로 나누면 3이 남는 수 중에서 60에 가장 가까운 자연수를 구하여라.

34 곱이 216, 최대공약수가 6이 되는 두 자연수를 모두 구하여라.

35 $4\times a$, $6\times a$, $14\times a$의 최소공배수가 588일 때, 자연수 a를 구하여라.

36 4, 5, 6의 어느 수로 나누어도 3이 남는 세 자리의 자연수 중 가장 큰 수를 구하여라.

STEP C

37 $\frac{7}{15}$, $4\frac{1}{12}$의 어느 것에 곱하여도 자연수가 되는 분수 중에서 가장 작은 분수를 구하여라.

38 $3\times x=5\times y$를 만족하는 가장 작은 자연수 x, y의 최소공배수를 구하여라.

39 세 자연수 a, b, c는 $\frac{a}{b}=\frac{1}{3}$, $\frac{b}{c}=9$일 때, $a+b+c$는 어떤 수의 배수인가?

① 3 ② 5 ③ 7 ④ 11 ⑤ 13

40 $8\frac{1}{4}$을 곱해도 $12\frac{5}{6}$를 곱해도 자연수가 되는 분수 중에서 두 번째로 작은 분수를 구하여라.

41 $\frac{11}{12}$과 $\frac{13}{14}$ 사이에 있는 수 중 분자가 143인 분수를 구하여라.

42 1440을 자연수 x로 나누어 어떤 자연수의 제곱수가 될 때, 가장 작은 자연수 x를 구하여라.

43 $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{7}{18}$의 어느 것으로 나누어도 항상 자연수가 되는 분수 중 가장 작은 분수를 구하여라.

44 두 수 A와 $B=2^2\times3^3\times5^3$의 최대공약수가 $2^2\times3^2\times5$이고, 최소공배수가 $2^3\times3^3\times5^3\times7$일 때, A의 값을 소인수분해의 꼴로 나타내어라.

쑥쑥 발전문제

1 34를 어떤 자연수 a로 나누었더니 나머지가 6이 되었다. a가 될 수 있는 수를 모두 구하여라.

2 두 자연수 a, b는 100 이하의 소수이고 $a-b=4$이다. $5<a<35$일 때, b의 값을 모두 더하면 얼마인지 구하여라.

3 $2^m\times3\times7$과 $2^n\times3^2\times5$의 최대공약수가 6, 최소공배수가 1260일 때, 자연수 m, n에 대하여 $m+n$의 값을 구하여라.

4 자연수 a를 7로 나누면 몫은 9이고 나머지는 소수가 된다. 이때 자연수 a의 값을 모두 구하여라.

5 두 수의 최대공약수가 100일 때, 두 수의 공약수의 개수를 구하여라.

6 $n=2\times p^2$일 때, n의 약수의 개수를 구하여라. (단, $p\neq 2$인 소수)

7 가로의 길이가 16 cm, 세로의 길이가 12 cm인 직사각형 모양의 타일이 있다. 이 타일을 빈틈없이 붙여서 가장 작은 정사각형을 만들 때, 필요한 타일의 개수를 구하여라.

8 넓이가 126 cm^2인 직사각형 ABCD에서 이웃하는 두 변의 길이가 x cm, y cm(x, y는 자연수)일 때, 이를 만족하는 직사각형은 모두 몇 개인지 구하여라. (단, 가로, 세로의 길이가 서로 바뀌어도 같은 것으로 생각한다.)

9 네 자리의 수 5□43에서 1을 빼면 9의 배수가 될 때, □ 안에 알맞은 숫자를 구하여라.

10 어떤 수를 15로 나누었더니 나머지가 12였다. 이 수를 5로 나누었을 때, 나머지를 구하여라.

11 3으로 나누면 2가 남고, 4로 나누면 3이 남고, 5로 나누면 4가 남는 두 자리의 자연수를 구하여라.

12 $98\times x=y^2$을 만족하는 자연수 x, y에 대하여 $x+y$의 최솟값을 구하여라.

STEP B

13 세 자리의 자연수 중에서 5 또는 7로 나누어떨어지는 수는 모두 몇 개인지 구하여라.

14 자연수 N을 소인수분해하여 $2^m \times 3^n$으로 나타내면 $m+n<4$이다. 이때 자연수 N을 모두 구하여라. (단, m, n은 자연수)

15 분모가 12인 기약분수 중에서 2보다 크고 8보다 작은 분수의 개수를 구하여라.

16 두 수의 곱이 384이고 최대공약수가 8일 때, 최소공배수를 구하여라. 또, 두 자연수를 모두 구하여라.

17 4, 5, 6의 어떤 수로 나누어도 3이 남는 수 중에서 300에 가장 가까운 자연수를 구하여라.

18 x는 1보다 크고 6보다 작은 자연수일 때, x와 10의 최소공배수를 $g(x)$라 하면, $g(x)=10$을 만족하는 x는 모두 몇 개인지 구하여라.

19 500까지의 자연수 중에서 4의 배수이면서 6의 배수가 아닌 자연수는 모두 몇 개인지 구하여라.

20 두 자연수 a, b의 최대공약수를 $[a, b]$로 나타낸다. x는 10 이상 20 이하의 자연수이고, $[10, x]=1$일 때, 이를 만족하는 x의 값을 모두 구하여라.

21 1에서 100까지의 자연수 중에서 14와 서로소인 자연수의 개수를 구하여라.

22 50보다 크고 100보다 작은 2의 배수가 있다. 이 자연수는 3으로 나누어도 7로 나누어도 나머지가 2이다. 이 자연수를 구하여라.

23 10부터 400까지의 자연수 중에서 6으로 나누어도 8로 나누어도 3이 남는 수는 모두 몇 개인지 구하여라.

24 세 모서리의 길이가 3, 4, 5인 직육면체를 쌓아 정육면체를 만들려고 한다. 직육면체는 최소 몇 개가 필요한지 구하여라.

25 21, 35, 63의 어느 수로 나누어도 항상 나누어떨어지는 네 자리의 자연수 중에서 가장 작은 수를 구하여라.

26 두 자연수 a, b의 최대공약수는 6이고 a는 4의 배수이다. $a \times b = 1296$일 때, a의 값을 구하여라. (단, a는 b 이상인 수이다.)

27 $a > b$, $a + b = 22$이고 a와 b의 최소공배수는 60이다. 이 조건을 만족하는 자연수 a, b를 각각 구하여라.

28 세 자연수 26, 78, x의 최대공약수는 13이고 최소공배수는 390이다. 이때 x의 값을 모두 구하여라.

STEP B

29 84와 A의 최대공약수가 12이고 $(84+A)$가 11의 배수일 때, 두 자리의 자연수 A를 구하여라.

30 a, b는 자연수이고 $a:b=4:7$이다. a와 b의 최소공배수가 980일 때, 최대공약수를 구하여라.

31 세 자연수 a, b, c에 대하여 $24\times a=90\times b=c^2$을 만족하는 c의 최솟값을 구하여라.

32 세 자연수 x, y, z의 최대공약수는 7이고 $\frac{x}{4}=\frac{y}{6}=\frac{z}{7}$를 만족할 때, x, y, z의 최소공배수를 구하여라.

33 자연수 p에 대하여 $\langle p \rangle$는 모든 약수들의 합, $\{p\}$는 약수의 개수를 나타낸다. $\langle 36 \rangle = x$, $\{x\} = y$라 할 때, $\langle x \rangle + \{y\}$의 값을 구하여라.

34 180과 $a^2 \times b \times c$의 최대공약수가 20일 때, $a^2 \times b \times c$의 최솟값을 구하여라. (단, a, b, c는 서로 다른 소수)

STEP B

35 민재와 기준이가 운동장을 도는데 민재는 뛰어서 6분에 한 바퀴를 돌고, 기준이는 자전거를 타고 4분에 한 바퀴를 돈다고 한다. 7시 정각에 동시에 같은 지점에서 출발했을 때, 두 사람이 처음으로 출발점에 동시에 도착하는 시각을 구하여라.

36 바나나 28개와 사과 35개를 몇 개의 접시에 나누어 담으려 한다. 각 접시에 담는 바나나와 사과의 개수는 각각 같게 하여 가능한 한 많은 접시에 담으려고 한다. 필요한 접시 수를 x개, 한 접시에 담기는 바나나와 사과의 개수를 각각 y개, z개라 할 때, $x+y+z$의 값을 구하여라.

37 서로 맞물려 도는 두 톱니바퀴 A, B가 있다. A와 B는 각각 톱니의 수가 75개, 120개일 때, 두 톱니바퀴가 맞물려 돌기 시작하여 다시 처음으로 같은 톱니에서 맞물리는 것은 A, B가 각각 몇 바퀴씩 회전한 후인지 구하여라.

38 터미널에서 A행 버스는 오전 5시부터 14분 간격으로 출발하고, B행 버스는 오전 6시부터 8분 간격으로 출발한다. 다음 물음에 답하여라.

(1) A행 버스와 B행 버스가 처음으로 동시에 출발하는 시각을 구하여라.

(2) 오전 8시와 9시 사이에서 동시에 출발하는 시각을 구하여라.

39 연필 60자루, 지우개 48개, 책받침 72개를 될 수 있는 대로 많은 학생들에게 똑같이 나누어 주려고 한다. 나누어 줄 학생 수를 x명, 학생 한 명이 받을 연필, 지우개, 책받침의 개수를 각각 y자루, z개, w개라 할 때, x와 $(y+z+w)$의 최대 공약수를 구하여라.

도전 최고수준문제

1 자연수 18을 서로소인 두 자연수의 곱으로 나타내는 방법은 1×18, 2×9의 2가지가 있다. 이와 같은 방법으로 자연수 140을 서로소인 두 자연수의 곱으로 나타내는 방법은 몇 가지인지 구하여라.

2 2023을 자연수 x로 나누어 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 가장 작은 수 x를 구하여라.

3 분모가 18인 기약분수에서 1보다 크고 2보다 작은 수의 합을 구하여라.

4 네 자리의 자연수 $8a54$가 3의 배수가 되도록 하는 a의 값 중에서 가장 큰 값을 구하여라.

5 두 자연수 A, B의 최대공약수는 3이고, 최소공배수는 36이다. A와 B의 합이 21일 때, 두 자연수를 구하여라.

6 네 자리의 수 $63x4$에 2를 더하면 4로 나누어떨어진다. x가 될 수 있는 수들의 곱을 구하여라.

7 세 자연수의 비가 $5:8:14$이고, 이 수들의 최대공약수와 최소공배수의 합이 3372일 때, 세 자연수를 구하여라.

8 146보다 큰 자연수의 집합에서 23으로 나누었을 때, 몫과 나머지가 같은 수는 모두 몇 개인지 구하여라.

9 어떤 수를 6으로 나누면 4가 남고, 8로 나누면 6이 남고, 10으로 나누면 8이 남는 수 중에서 1000에 가장 가까운 수를 구하여라.

10 두 수 A, B에 대하여 A와 B를 그들의 최대공약수로 나눈 몫이 각각 3, 4이고, A와 B의 최소공배수는 240이다. A, B의 최대공약수를 G라 할 때, $G+A+B$의 값을 구하여라.

11 두 자리의 자연수인 두 수의 곱이 768이고 최소공배수가 96일 때, 최대공약수와 두 수를 각각 구하여라.

12 어떤 수를 12로 나누면 몫은 8이고 나머지가 생긴다. 또, 10으로 나누면 나머지가 3일 때, 이 수를 구하여라.

13 두 자리의 자연수 A를 5로 나눈 나머지 r의 약수의 개수는 3개이다. 또, A를 12로 나눈 나머지가 4일 때, A를 구하여라.

14 곱은 2376이고 최대공약수는 6인 두 자연수에서 큰 수를 작은 수로 나누면 나머지는 6이다. 이때 몫을 모두 구하여라.

15 $\frac{125-k}{180}$를 분자, 분모의 최대공약수로 나누어 약분하였더니 분자가 3의 배수였다. 이것을 만족하는 자연수 k 중 가장 작은 수를 구하여라.

16 자연수 N을 2에서 8까지의 수로 나누면 나머지는 모두 1이다. 이것을 만족하는 N 중에서 1500에 가장 가까운 자연수를 구하여라.

17 a 이상 b 이하의 자연수 중에서 2와 3의 배수이면서 5의 배수가 아닌 자연수의 개수를 $n(a, b)$로 나타낸다. $n(100, b)=1000$일 때, $n(1, b)$를 구하여라.

18 a가 자연수일 때, $f(a)$는 a의 약수의 개수를 나타낸다. 다음 물음에 답하여라.

(1) $f(f(500))$을 구하여라.

(2) x가 1 이상 50 이하인 수일 때, $f(x)=3$을 만족하는 x의 개수를 구하여라.

19 여섯 자리의 자연수 $3ababa$가 6의 배수라면 이러한 여섯 자리의 수는 몇 개인지 구하여라.

20 두 자연수 m, n에 대하여 $m \vee n$은 m과 n의 최소공배수이고, $m \wedge n$은 m과 n의 최대공약수로 정의할 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) $(6 \wedge 8) \vee 10$을 구하여라.

(2) $10 \vee m=10$을 만족하는 자연수 m의 개수를 구하여라.

(3) $10 \wedge n=1$을 만족하는 자연수 n의 개수를 구하여라. (단, $n<20$)

STEP A

21 1부터 50까지의 모든 자연수의 곱이 3^n으로 나누어떨어질 때, 가장 큰 수 n을 구하여라.

22 사과 58개, 배 32개, 감 46개가 있다. 될 수 있는 대로 많은 학생들에게 세 종류의 과일을 각각 같은 개수씩 나누어 주려고 했더니 사과는 2개가 모자라고, 배는 2개, 감은 1개가 남았다. 이때 나누어 줄 학생 수를 구하여라.

23 10에서 100까지의 모든 자연수 x를 각각 소수의 곱으로 나타낼 때, 소수 2의 개수를 y개라 한다. 다음 물음에 답하여라.

(1) $y=3$이 되는 x 중에서 가장 큰 수를 구하여라.

(2) $y=2$가 되는 x는 모두 몇 개인지 구하여라.

24 10^n에 가장 가까운 11의 배수를 구하여라. (단, n은 자연수)

25 네 변의 길이가 96 m, 160 m, 192 m, 224 m인 사각형 모양의 토지가 있다. 이 토지의 둘레에 같은 간격으로 말뚝을 박아 울타리를 만들려고 한다. 네 모퉁이에는 반드시 말뚝을 박아야 하고, 말뚝의 개수는 될 수 있는 한 적게 하려고 한다. 말뚝 사이의 간격은 20 m를 넘지 않게 할 때, 말뚝은 모두 몇 개가 필요한 지 구하여라.

26 한 개의 원 위를 같은 방향으로 일정한 속도로 움직이는 세 점 A, B, C가 있다. 점 A는 한 바퀴 도는 데 8초가 걸리고, 점 B는 1분에 20바퀴, 점 C는 1분에 30바퀴를 돈다고 한다. 세 점 A, B, C가 동시에 점 P를 통과한 후, 15분 동안 점 P를 동시에 몇 번 통과하는지 구하여라.

STEP A

27 네 자리의 자연수 87□□(이)가 9의 배수가 되는 경우는 모두 몇 가지인지 구하여라.

28 세 자연수 a, b, $c(a<b<c)$가 다음 세 조건을 모두 만족할 때, $a+b+c$의 값을 구하여라.

① a, b, c의 최대공약수는 7이다.
② a와 b의 최대공약수는 14, 최소공배수는 84이다.
③ b와 c의 최대공약수는 21, 최소공배수는 126이다.

29 두 자연수 a, b에 대하여 $a-b$가 7의 배수일 때, $a \equiv b$라고 정의하자. 다음 물음에 답하여라. (단, $a \neq b$)

(1) $x \equiv 1$을 만족하는 자연수 x 중 세 번째로 작은 수를 구하여라.
(2) $3 \times x \equiv 1$을 만족하는 자연수 x 중 세 번째로 작은 수를 구하여라.
(3) $x^2 \equiv 2$를 만족하는 자연수 x 중 1보다 크고 10보다 작은 수를 모두 구하여라.

30 연속하는 세 자연수의 합은 언제나 3의 배수가 된다. 20보다 작은 자연수로 이루어진 연속하는 세 자연수의 쌍 중 그 합이 5의 배수가 되는 것은 몇 쌍인지 구하여라.

31 다섯 자리의 수 □679□(은)는 72로 나누어떨어진다. 이 다섯 자리의 수를 구하여라.

32 568의 뒤에 3개의 수를 붙여서 만든 여섯 자리의 수가 3, 4, 5로 나누어떨어질 때, 최소인 여섯 자리의 수를 구하여라.

33 여덟 자리의 수 $810ab315$는 7로 나누어떨어지고 $a+b$는 소수이다. 이 여덟 자리의 수를 모두 구하여라.

34 한 변의 길이가 18 m인 정삼각형 ABC가 있다. 세 점 P, Q, R가 각각 매초 6 m, 4.8 m, 3 m로 점 A를 동시에 출발하여 A→B→C→A→…로 움직이고 있다. 이때 다음 물음에 답하여라.

(1) 세 점 P, Q, R가 출발 후 처음으로 동시에 점 A를 지나는 것은 몇 초 후인지 구하여라.

(2) 두 점 Q, R가 점 A에서 출발 후 처음으로 동시에 점 B를 지나는 것은 몇 초 후인지 구하여라.

STEP A

1 두 전구 A, B가 있다. 전구 A는 4초 동안 켜져 있다가 2초 동안 꺼지고, 전구 B는 5초 동안 켜져 있다가 3초 동안 꺼진다. 두 전구가 동시에 켜지기 시작한 후, 360초 동안 두 전구가 모두 꺼져 있는 것은 몇 초 동안인지 구하여라.

2 1에서 30까지의 번호가 차례대로 붙어 있는 문이 30개 있다. 처음에 모든 문을 닫고 다음의 규칙에 따라 계속 실행했을 때, 물음에 답하여라.

- 1회에는 1의 약수가 붙어 있는 모든 문을 열려 있으면 닫고, 닫혀 있으면 연다.
- 2회에는 2의 약수가 붙어 있는 모든 문을 열려 있으면 닫고, 닫혀 있으면 연다.

⋮

- n회에는 n의 약수가 붙어 있는 모든 문을 열려 있으면 닫고, 닫혀 있으면 연다.

(1) 30회를 실행하였을 때까지 n회째에 열리거나 닫히도록 움직인 문은 2개뿐이었다. 이때 n을 만족하는 수는 모두 몇 개인지 구하여라.

(2) 50회까지 실행했을 때, 1~20번까지의 수가 붙어 있는 문 중 열려 있는 문은 모두 몇 개인지 구하여라.

해답은 p. 23

3 $A_n=1\times2\times3\times\cdots\times(n-1)\times n-1$이라 정의할 때, A_n의 값이 일의 자리의 숫자 9로부터 시작되는 연속된 9의 개수가 250개가 되도록 하는 n의 최댓값과 최솟값을 각각 구하여라.

4 어느 대형마트에서는 새해를 맞아 이벤트로 추첨을 통해 복주머니를 나누어 주는 행사를 준비하고 있다. n개의 복주머니 안에 상품을 각각 1개, 2개, 3개, $\cdots$, n개씩 넣어 4개의 통에 나누어 넣었더니 각 통의 복주머니에 들어 있는 상품의 개수의 합이 모두 같았다. 또, 세 개의 통에 들어 있는 복주머니의 개수는 각각 a개로 모두 같았으며, 나머지 한 통에만 $(2\times a)$개의 복주머니가 들어 있었다. 과연 이 대형마트에서 행사를 위해 준비한 복주머니와 상품의 개수는 적어도 몇 개인지 각각 구하여라.

쉼표하나

글·그림 김인하


내일은 시험!!
자~ 오늘은 공부도 많이 했으니 이제 자볼까?
뿌듯~
찌릿~ 찌릿~
뭐지? 이 불길한 예감은?


화르르~
헉!!
이럴수가! 영희는 아직도 공부로 밤을 불사르고 있어!


내 방에 불이 꺼질 때까지는 안자는게 분명해!
후후훗
빠직!
많이 컸군 영희...


자는 척~
불을 꺼보자...


컥!!
지독한 녀석. 진짜 내가 잘 때까지 기다리고 있었어!!


그리하여 철희는 그날, 밤을 불사르고 다음 날 시험을 망쳤다.
사와르르~


사실, 그날 영희의 방은...


컥!!
조마조마
음냐~
영희는 숙면을 취해 다음 날 시험 만점
영희의 백수 삼촌이 영희가 깰까 조마조마 불을 껐다 켰다 반복하며 게임을 하고 있었다.

02

정수와 유리수

I'm A class-math

핵심요약정리

02 정수와 유리수

1 양수와 음수

1. 양의 부호와 음의 부호

(1) '+'는 양의 부호, '−'는 음의 부호이다.

(2) 서로 반대되는 성질의 수량을 나타낼 때 한쪽은 +로, 다른 한쪽은 −로 나타낸다.

(3) 어떤 기준점을 정하여 0으로 놓고, 0보다 크거나 많은 값에 +부호, 작거나 적은 값에 −부호를 붙여 나타낸다.

예 50% 증가를 +50%라 하면 50% 감소는 −50%로 나타낸다.

2. 양수와 음수

(1) 0보다 큰 수를 양수라 하고, 양의 부호 +를 붙여서 나타낸다.

(2) 0보다 작은 수를 음수라 하고, 음의 부호 −를 붙여서 나타낸다.

참고] • $+a$는 플러스 a, $-a$는 마이너스 a라고 읽으며 일반적으로 양의 부호는 생략하고 쓴다.

• 〈실생활에서 사용되는 양수와 음수의 예〉

이익	200원 이익 : +200원	영상	영상 8℃ : +8℃
손해	150원 손해 : −150원	영하	영하 5℃ : −5℃

2 정수

양의 정수, 0, 음의 정수를 통틀어 **정수**라고 한다.

1. 양의 정수(자연수) : 자연수에 양의 부호 +를 붙인 수

2. 0(영) : 0은 양의 정수도 음의 정수도 아니다.

3. 음의 정수 : 자연수에 음의 부호 −를 붙인 수

정수
- 양의 정수(자연수) : +1, +2, +3, ⋯
- 0
- 음의 정수 : −1, −2, −3, ⋯

참고] 양의 정수는 양의 부호 +를 생략할 수 있지만 음의 정수는 음의 부호 −를 생략할 수 없다.

3 유리수

1. 유리수

분모, 분자가 정수인 분수로 나타낼 수 있는 수(단, 분모가 0이 아닌 수)를 **유리수**라고 한다.

$$(\text{유리수})=\frac{(\text{정수})}{(0\text{이 아닌 정수})}$$

(1) 양의 유리수 : 분모, 분자가 자연수인 분수에 양의 부호 +를 붙인 수
(2) 음의 유리수 : 분모, 분자가 자연수인 분수에 음의 부호 −를 붙인 수

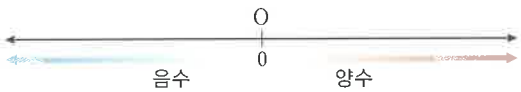
2. 유리수의 분류

- 유리수
  - 정수
    - 양의 정수(자연수) : $+1$, $+2$, $+3$, $\cdots$
    - 0
    - 음의 정수 : -1, -2, -3, $\cdots$
  - 정수가 아닌 유리수 : $-\frac{1}{3}$, -0.8, $+\frac{1}{2}$, $+1.7$, $\cdots$

참고 정수는 $0=\frac{0}{1}$, $-4=-\frac{4}{1}$, $+5=+\frac{5}{1}$와 같이 분수의 꼴로 나타낼 수 있으므로 모든 정수는 유리수이다.

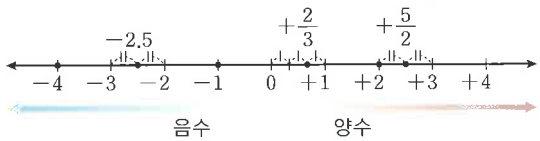
4 수직선

1. 직선 위에 기준점 O를 잡아 수 0을 대응시키고, 그 오른쪽에 양수, 왼쪽에 음수를 대응시킨 것을 **수직선**이라 하며 다음과 같이 나타낸다. 이때 점 O는 원점이라 한다.



2. 모든 유리수는 수직선 위에 나타낼 수 있다.

예 -4, -2.5, -1, $+\frac{2}{3}$, $+2$, $+\frac{5}{2}$를 수직선에 나타내면 다음과 같다.

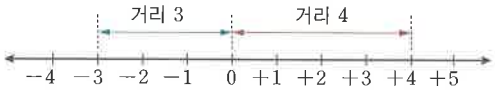


5 절댓값

1. 절댓값

수직선 위에서 원점으로부터 어떤 수에 대응하는 점까지의 거리를 **절댓값**이라 하고 기호로는 | |로 나타낸다.

핵심요약정리



-3은 원점에서 3만큼 떨어져 있으므로 -3의 절댓값은 3이다.
$+4$는 원점에서 4만큼 떨어져 있으므로 $+4$의 절댓값은 4이다.

2. 수 a의 절댓값

어떤 수 a의 절댓값은 $|a|$로 나타낸다.

$$|a|=\begin{cases} a & (a>0\text{일 때}) \\ 0 & (a=0\text{일 때}) \\ -a & (a<0\text{일 때}) \end{cases}$$

3. 절댓값의 성질

(1) 양수와 음수의 절댓값은 그 수에서 부호 $+$, $-$를 떼어낸 수와 같다.

예 $|-3|=3$, $|0|=0$, $|+5|=5$

(2) 절댓값이 클수록 원점에서 멀리 떨어져 있다.

(3) 절댓값이 $a(a>0)$인 수는 $+a$와 $-a$의 2개이다.

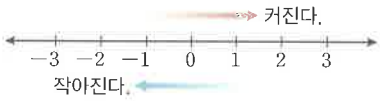
예 절댓값이 6인 수는 $+6$과 -6이다.

Tip] • $|x|<1 \Leftrightarrow -1<x<1$, $|x|>1 \Leftrightarrow x>1$ 또는 $x<-1$
• 절댓값은 수와 원점 사이의 거리이므로 항상 0 이상이다.

6 수의 대소 관계

1. 수직선 위에서의 수의 대소 관계

수직선 위에서 오른쪽으로 갈수록 큰 수이고, 왼쪽으로 갈수록 작은 수이다.

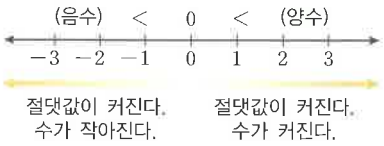


2. 수의 대소 관계

① 양수는 0보다 크고, 음수는 0보다 작다.
즉, (음수)$<0<$(양수)이다.

② 두 양수에서는 절댓값이 큰 수가 크다.

예 $|+4|=4>|+3|=3$이므로 $+4>+3$이다.



③ 두 음수에서는 절댓값이 큰 수가 작다.

예 $|-6|=6>|-2|=2$이므로 $-6<-2$이다.

7 부등호의 사용

1. 초과($a>b$) : a는 b보다 크다.

예 $x>4$ → x는 4 초과이다. → x는 4보다 크다.

2. 이상($a\geq b$) : a는 b보다 크거나 같다.

예 $x\geq 2$ → x는 2 이상이다. → x는 2보다 크거나 같다.

3. 미만($a<b$) : a는 b보다 작다.

예 $x<8$ → x는 8 미만이다. → x는 8보다 작다.

4. 이하($a\leq b$) : a는 b보다 작거나 같다.

예 $x\leq 9$ → x는 9 이하이다. → x는 9보다 작거나 같다.

Tip] • a는 b보다 크지 않다. ⇔ a는 b보다 작거나 같다. ⇔ a는 b 이하이다. ⇔ $a\leq b$

a는 b보다 작지 않다. ⇔ a는 b보다 크거나 같다. ⇔ a는 b 이상이다. ⇔ $a\geq b$

• '이상', '이하'는 등호를 포함하고, '초과', '미만'은 등호를 포함하지 않는다.

8 유리수의 덧셈

1. 유리수의 덧셈

(1) 부호가 같은 두 수의 덧셈 : 두 수의 절댓값의 합에 공통인 부호를 붙인다.

예 $(-3)+(-2)=-(3+2)=-5$

(2) 부호가 다른 두 수의 덧셈

① 두 수의 절댓값의 차에 절댓값이 큰 수의 부호를 붙인다.

예 $(-3.2)+(+2.2)=-(3.2-2.2)=-1$

② 절댓값이 같고 부호가 다른 두 수의 합은 0이다.

예 $\left(-\frac{2}{5}\right)+\left(+\frac{2}{5}\right)=-\left(\frac{2}{5}-\frac{2}{5}\right)=0$

(3) 유리수와 0과의 덧셈 : 어떤 수에 0을 더하면 자기 자신이 된다.

2. 유리수의 덧셈의 계산 법칙

a, b, c가 유리수일 때

(1) 교환법칙 : $a+b=b+a$ 예 $2+5=5+2=7$

(2) 결합법칙 : $(a+b)+c=a+(b+c)$ 예 $(2+1.5)+3=2+(1.5+3)=6.5$

핵심요약정리

9 유리수의 뺄셈

유리수의 뺄셈에서는 빼는 수의 부호를 바꾸어 덧셈으로 고쳐서 계산한다.

1. (유리수)−(양수)=(유리수)+(음수)

예 $\left(+\frac{7}{9}\right)-\left(+\frac{5}{9}\right)=\left(+\frac{7}{9}\right)+\left(-\frac{5}{9}\right)=+\left(\frac{7}{9}-\frac{5}{9}\right)=+\frac{2}{9}$

2. (유리수)−(음수)=(유리수)+(양수)

예 $\left(+\frac{4}{7}\right)-\left(-\frac{3}{7}\right)=\left(+\frac{4}{7}\right)+\left(+\frac{3}{7}\right)=+\left(\frac{4}{7}+\frac{3}{7}\right)=+1$

3. 유리수와 0과의 뺄셈 : 어떤 유리수에서 0을 빼면 자기 자신이 되고, 0에서 어떤 유리수를 빼면 절댓값은 같고 부호가 다른 유리수가 된다.

참고] 유리수의 뺄셈에서는 교환법칙과 결합법칙이 성립하지 않는다.

10 유리수의 덧셈과 뺄셈의 혼합 계산

1. 뺄셈을 모두 덧셈으로 고친 후 덧셈의 교환법칙과 결합법칙을 이용하여 양수는 양수끼리, 음수는 음수끼리 계산한다.

예 $(+3.6)+(-7)-(-4.8)=(+3.6)+(-7)+(+4.8)$
$=(+3.6)+(+4.8)+(-7)$
$=+(3.6+4.8)+(-7)$
$=(+8.4)+(-7)=+(8.4-7)=+1.4$

2. 괄호가 있는 수의 덧셈, 뺄셈

괄호 앞에 +가 있는 경우 괄호 안의 부호 그대로 나오고, 괄호 앞에 −가 있는 경우 괄호 안의 부호 반대로 나온다.

예 $+(+2)=+2$, $+(-3)=-3$, $-(+2)=-2$, $-(-3)=+3$

3. 괄호가 없는 수의 덧셈, 뺄셈

[방법1] 모든 수에 양의 부호 +가 생략된 것으로 보고 + 부호를 붙여서 계산한다.

예 $5+2-1=(+5)+(+2)-(+1)$
$=(+5)+(+2)+(-1)$
$=\{(+5)+(+2)\}+(-1)$
$=(+7)+(-1)=6$

[방법2] 덧셈 기호가 생략된 상태로 양수는 양수끼리, 음수는 음수끼리 모아서 계산한다.

예 $5+2-1=(5+2)-1=7-1=6$

11 유리수의 곱셈

1. 유리수의 곱셈

(1) 부호가 같은 두 유리수의 곱셈 : 두 수의 절댓값의 곱에 양의 부호를 붙인다.

예 $(+2)\times(+3)=+(2\times3)=+6$

(2) 부호가 다른 두 유리수의 곱셈 : 두 수의 절댓값의 곱에 음의 부호를 붙인다.

예 $(+1.2)\times(-3)=-(1.2\times3)=-3.6$

(3) 유리수와 0, 1과의 곱셈 : 어떤 유리수에 0을 곱하면 0이 되고, 1을 곱하면 자기 자신이 된다.

예 $0\times(+2.7)=(+2.7)\times0=0$, $1\times(+2.6)=(+2.6)\times1=+2.6$

2. 셋 이상의 유리수의 곱셈

(1) 곱의 부호를 결정한다. 이때 곱해진 음수의 개수가 짝수 개이면 +, 홀수 개이면 −가 된다.

(2) 각 수의 절댓값의 곱에 결정된 부호를 붙인다.

예 $(+4)\times(-3)\times(+2)=-(4\times3\times2)=-24$

Tip] $(+)\times(+)=(+)$, $(+)\times(-)=(-)$
$(-)\times(+)=(-)$, $(-)\times(-)=(+)$

12 유리수의 곱셈의 계산 법칙과 거듭제곱

1. 유리수의 곱셈의 계산 법칙

a, b, c가 유리수일 때

(1) 교환법칙 : $a\times b=b\times a$

예 $\left(+\frac{3}{4}\right)\times(+5)=(+5)\times\left(+\frac{3}{4}\right)=+\frac{15}{4}$

(2) 결합법칙 : $(a\times b)\times c=a\times(b\times c)$

예 $\{(+2)\times(+4)\}\times(-1)=(+2)\times\{(+4)\times(-1)\}=-8$

참고] 세 유리수의 곱셈에서는 결합법칙이 성립하므로 괄호를 사용하지 않고 $a\times b\times c$와 같이 나타낼 수 있다.

2. 유리수의 거듭제곱

(1) 양수의 거듭제곱은 항상 양수이다.

예 $(+3)^2=+9$, $(+3)^3=+27$

(2) 음수의 거듭제곱은 지수에 의해 부호가 결정된다.

지수가 [짝수이면 부호는 $+$ / 홀수이면 부호는 $-$]

예 $(-2)^2=(-2)\times(-2)=+4$

$(-2)^3=(-2)\times(-2)\times(-2)=-8$

2. 분배법칙 : 유리수에서 두 수의 합에 어떤 수를 곱한 것을 두 수 각각에 어떤 수를 곱한 후 더한 것과 같다. 이를 **분배법칙**이라 한다.

a, b, c가 유리수일 때

(1) $a\times(b+c)=a\times b+a\times c$

예 $2\times(3+2.5)=2\times3+2\times2.5=6+5=11$

(2) $(a+b)\times c=a\times c+b\times c$

예 $(3+2.5)\times2=3\times2+2.5\times2=6+5=11$

13 유리수의 나눗셈

1. 유리수의 나눗셈

(1) 부호가 같은 두 유리수의 나눗셈

두 수의 절댓값의 나눗셈의 몫에 양의 부호를 붙인다.

예 $(+8)\div(+2)=+(8\div2)=+4$

(2) 부호가 다른 두 유리수의 나눗셈

두 수의 절댓값의 나눗셈의 몫에 음의 부호를 붙인다.

예 $(+2.4)\div(-2)=-(2.4\div2)=-1.2$

(3) 0이 아닌 유리수와 0과의 나눗셈

0을 0이 아닌 어떤 유리수로 나누면 0이 된다.

예 $0\div(+5.3)=0$

Tip] $(+)\div(+)=(+)$, $(+)\div(-)=(-)$
$(-)\div(+)=(-)$, $(-)\div(-)=(+)$

2. 역수를 이용한 나눗셈

(1) 역수

두 수의 곱이 1일 때, 한쪽의 수를 다른 쪽의 수의 역수라 한다.

즉, $a\times b=1$일 때, a를 b의 역수 (또는 b를 a의 역수)라고 한다.

예 $\left(-\frac{2}{7}\right)\times\left(-\frac{7}{2}\right)=1$이므로 $-\frac{2}{7}$의 역수는 $-\frac{7}{2}$이다.

(2) 역수를 이용한 나눗셈

나누는 수의 역수를 곱하여 계산한다.

예 $\left(+\frac{2}{5}\right)\div\left(+\frac{3}{10}\right)=\left(+\frac{2}{5}\right)\times\left(+\frac{10}{3}\right)=+\left(\frac{2}{5}\times\frac{10}{3}\right)=+\frac{4}{3}$

14 유리수의 곱셈과 나눗셈의 혼합 계산

곱셈과 나눗셈이 섞여 있는 식은 다음과 같은 순서로 계산한다.

1. 거듭제곱이 있으면 거듭제곱을 먼저 계산한다.
2. 나눗셈은 모두 역수를 이용하여 곱셈으로 바꾸어 계산한다.

예 $5^2\times(-4)\div10$

$=25\times(-4)\div10$ 거듭제곱을 계산한다.

$=25\times(-4)\times\frac{1}{10}$ 나눗셈을 곱셈으로 바꾼다.

$=-\left(25\times4\times\frac{1}{10}\right)$

$=-10$

15 유리수의 덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈의 혼합 계산

덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈이 섞여 있는 식은 다음과 같은 순서로 계산한다.

1. 거듭제곱이 있으면 거듭제곱을 먼저 계산한다.
2. 괄호가 있으면 괄호 안을 먼저 계산한다. 그 순서는 (소괄호) → {중괄호} → [대괄호]의 순이다.
3. 곱셈, 나눗셈을 주어진 순서대로 먼저 계산한다.
4. 덧셈, 뺄셈을 주어진 순서대로 계산한다.

예 $-5\times\{(-2)^2+2\}\div\frac{3}{2}=-5\times(4+2)\div\frac{3}{2}=-5\times6\div\frac{3}{2}$

$=-5\times6\times\frac{2}{3}=-20$

꼼꼼 실전문제

[1~12] 다음을 계산하여라.

1 $(-1)^{105}+(-1)^{300}-(-1)^{57}$

2 $(-2)+(-5)\times(-1)\div\left(-\frac{2}{3}\right)-\frac{1}{2}$

3 $\left(-\frac{1}{2}\right)-\left(-\frac{2}{3}\right)+\left(-\frac{5}{6}\right)\times\frac{2}{15}$

4 $\frac{3}{4}\div\left(-\frac{1}{2}\right)^2-2^2\times\frac{7}{4}$

5 $-\frac{2}{3}+\frac{5}{8}\times\left(-\frac{4}{5}\right)+\left(-\frac{1}{2}\right)\div\left(-\frac{3}{4}\right)$

STEP C

6 $15-[13+\{(-4)\times3-(4-7)+10\}]$

7 $(-18)\div3+\{6+(-9)\}\times(-2)+(-1)\times(-2)$

8 $\frac{1}{6}\times\left[21.5-\left\{3+\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{6}\right)\times6\right\}\right]$

9 $1-\left[\frac{1}{2}+(-1)\div\left\{5\times(-2)+6\right\}\right]\times4$

10 $7-6\div\left\{4+\left(3-10\times\frac{1}{2}\right)\right\}\times(-2)\times\left(-\frac{1}{3}\right)$

11 $2\times(-1)^3-\frac{9}{2}\div\left\{5\times\left(-\frac{1}{2}\right)+1\right\}$

12 $\left\{\frac{2}{3}-(-1.25)^2\times1\frac{3}{5}\right\}\div0.6$

13 5보다 -4만큼 작은 수를 구하여라.

14 $a+2=7$, $b+(-2)=7$일 때, $a-b$의 값을 구하여라.

15 x가 음수일 때, $-3\times x$, $-5\times x$, $3\times x$, $5\times x$ 중에서 가장 작은 수를 말하여라.

16 수직선 위의 자연수 n에 대응하는 점에서 오른쪽으로 2만큼 이동한 점이 나타내는 수를 n을 사용한 식으로 나타내어라.

17 다음 수들을 수직선 위에 나타낼 때, 원점에서 가장 멀리 떨어진 수는?

① $+\frac{15}{2}$ ② $+6$ ③ 0
④ -2.4 ⑤ -8.1

18 다음 수들에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

-8	$+2\frac{3}{8}$	2.4	$-\frac{9}{3}$	0	$-\frac{5}{4}$	$+\frac{8}{2}$

① 정수는 3개이다.
② 가장 큰 수는 $+\frac{8}{2}$이다.
③ 절댓값이 가장 작은 수는 0이다.
④ 정수가 아닌 유리수는 3개이다.
⑤ 큰 수부터 차례로 나열할 때, 세 번째에 오는 수는 $+2\frac{3}{8}$이다.

19 $(-4)^2\times a>0$, $(-3)^3\times b>0$일 때, a, b의 부호를 부등호를 사용하여 나타내어라.

20 다음 □ 안에 >, < 중 알맞은 것을 써넣어라.

(1) -3 □ -2.7

(2) $\frac{12}{5}$ □ $\frac{9}{4}$

(3) $+9.2$ □ $|-9.8|$

(4) $-\frac{15}{8}$ □ -1.87

21 $\left(-\frac{1}{3}\right)^2+\square=-\frac{13}{18}$일 때, □ 안에 알맞은 수를 구하여라.

22 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

① 모든 유리수는 정수이다.

② 0은 정수이다.

③ 모든 정수는 유리수이다.

④ 0은 유리수이다.

⑤ 음이 아닌 정수는 자연수이다.

23 다음을 부등호를 사용하여 나타내어라.

(1) a는 -7보다 크고 2 미만이다.

(2) a는 3 이상이고 12보다 작거나 같다.

(3) a는 -5 초과이고 8.2보다 크지 않다.

STEP C

24 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

① 5보다 -3만큼 큰 수는 8이다.
② -2보다 -4만큼 작은 수는 2이다.
③ 2보다 -5만큼 큰 수는 -7이다.
④ -5보다 2만큼 큰 수는 7이다.
⑤ 3보다 -5만큼 작은 수는 8이다.

25 -3의 역수는 x, $1\frac{1}{2}$의 역수는 y일 때, $x \times y$의 값을 구하여라.

26 다음은 어떤 수들을 규칙적으로 나열하여 놓은 것이다. □ 안에 알맞은 수를 구하여라.

(1) -8, -5, -2, 1, □, 7, □
(2) 32, -16, 8, □, 2, -1, □
(3) -81, 27, -9, 3, □, $\frac{1}{3}$, □

27 -2보다 $\frac{1}{4}$만큼 큰 수를 a, 3보다 $-\frac{1}{2}$만큼 작은 수를 b라 할 때, $a \div b$의 값을 구하여라.

28 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

① 두 정수 사이에는 반드시 다른 정수가 있다.
② 절댓값이 가장 작은 정수는 1이다.
③ 가장 작은 정수는 0이다.
④ 두 정수의 합은 항상 정수이다.
⑤ 절댓값이 같고 부호가 서로 반대인 두 수의 합은 0이다.

29 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

① 두 유리수 사이에는 또 다른 유리수가 있다.
② 두 유리수의 곱은 항상 유리수이다.
③ 모든 정수는 유리수이다.
④ 유리수는 양의 유리수와 음의 유리수로 나누어진다.
⑤ 유리수의 절댓값은 항상 0보다 크다.

30 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

① 부호가 반대인 두 수의 곱은 두 수의 절댓값의 곱에 양의 부호를 붙인다.
② 두 양의 정수에서는 절댓값이 큰 수가 크다.
③ 두 음의 정수에서는 절댓값이 작은 수가 작다.
④ 두 음의 정수의 곱은 두 수의 절댓값의 곱에 음의 부호를 붙인다.
⑤ 홀수 개의 음수의 곱은 음수이다.

STEP C

31 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

① 두 유리수 사이에는 다른 유리수가 항상 존재한다.
② 가장 작은 자연수가 존재한다.
③ 두 정수 사이에는 다른 정수가 항상 존재한다.
④ 어떤 정수라도 바로 앞의 정수와 바로 뒤의 정수를 알 수 있다.
⑤ 절댓값이 같은 유리수는 반드시 2개가 존재한다.

32 'x는 $-\frac{1}{3}$보다 작지 않고 $\frac{3}{4}$보다 크지 않다.'를 부등호를 사용하여 나타내어라.

33 다음 중 계산이 옳지 않은 것은?

① $5-(1.4-2.9)\times 2=8$
② $\left\{\left(-\frac{2}{3}+\frac{1}{2}\right)\times(-12)+6\right\}\div 4=2$
③ $5\times\left(-\frac{5}{2}+\frac{3}{4}\div 6+\frac{11}{8}\right)+5=0$
④ $\left(\frac{4}{3}-\frac{1}{4}\right)\div\left(\frac{1}{6}-\frac{8}{9}\right)-\frac{1}{2}=-1$
⑤ $\{72\times(-2.5)+(-2.5)\times 28\}\div 0.5=-500$

34 절댓값이 $\frac{15}{4}$ 이하인 정수의 개수를 구하여라.

35 다음 중 항상 옳은 것을 모두 고르면?

① $a+b$가 양수이면 a, b는 양수이다.
② $a-b$가 양수이면 a, b는 양수이다.
③ $a\times b$가 음수이면 a, b는 음수이다.
④ $a\div b$가 음수이면 a, b 중 하나만 음수이다.
⑤ $a+b=0$이면 a, b는 절댓값이 같은 수이다.

36 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

① 임의의 유리수와 0과의 곱은 항상 0이다.
② 부호가 같은 두 수의 곱은 두 수의 절댓값의 곱에 양의 부호를 붙인다.
③ 부호가 다른 두 수의 곱은 두 수의 절댓값의 곱에 음의 부호를 붙인다.
④ 곱셈과 나눗셈만 있는 계산에서는 음수의 개수가 짝수 개이면 음수이고, 홀수 개이면 양수이다.
⑤ 부호가 다른 두 수의 덧셈은 각 수의 절댓값의 차에 절댓값이 작은 수의 부호를 붙인다.

37 다음 중 가장 큰 수를 골라 그 기호를 써라.

㉠ $(-2)^2$	㉡ -2^3	㉢ $(-2)^3$
㉣ $-(-2)^3$	㉤ -3^2	㉥ $-(-3)^2$

38 $-5\frac{1}{7}$에 가장 가까운 정수를 a, $\frac{15}{9}$에 가장 가까운 정수를 b라 할 때, $|a+b|$의 값을 구하여라.

STEP C

39 두 유리수 a, b가 $a>b$, $\frac{a}{b}<0$을 만족할 때, a, b의 부호를 부등호를 사용하여 나타내어라.

40 $-\frac{2}{3}\le x<1\frac{1}{2}$을 만족하는 정수 x의 개수를 구하여라.

41 두 유리수 a, b가 $a>0$, $b<0$일 때, 다음을 부등호로 나타내어라.

(1) $a-b$ (2) $b-a$ (3) $a\times b$ (4) $a\div b$

42 $1-\dfrac{1}{1-\dfrac{1}{\frac{1}{2}}}$을 계산하여라.

43 어떤 유리수에서 $\frac{2}{5}$를 더해야 할 것을 잘못하여 뺐더니 그 결과가 $\frac{7}{20}$이 되었다. 바르게 계산한 답을 구하여라.

쑥쑥 발전문제

1 2보다 a만큼 작은 수를 -7, a보다 8만큼 큰 수를 b라 할 때, $a+b$의 값을 구하여라.

2 두 수 $-4\frac{2}{3}$와 -0.5 사이의 정수 중에서 가장 큰 수와 가장 작은 수의 합을 구하여라.

3 $|x|=3$일 때, $\frac{1}{4}-x$의 값이 될 수 있는 수들의 합을 구하여라.

4 $-\frac{2}{3}$, $\frac{7}{2}$, 0.8, -2 중에서 세 수를 뽑아 곱한 값이 최대가 되는 세 수를 구하여라.

5 a는 -10 초과 -4 미만인 정수이고, b는 -8보다 작은 정수이다. $a=b$일 때, a의 값을 구하여라.

6 두 수 $-\frac{29}{7}$와 2.1 사이의 정수를 모두 구하여라.

7 $a=\frac{1}{4}+\left(-\frac{1}{6}\right)$일 때, $a\times b=1$이 되는 b의 값을 구하여라.

8 두 정수 a, b가 $a+b>0$, $a^2>0$, $a\times b=0$을 만족할 때, a, b의 대소 관계를 부등호를 사용하여 나타내어라.

STEP B

9 5개의 수 -0.2, $-\frac{1}{4}$, 0, 0.23, $\frac{1}{3}$ 중에서 절댓값이 가장 큰 수와 절댓값이 가장 작은 수의 곱을 구하여라.

[10~13] 다음을 계산하여라.

10 $\left(-\frac{1}{4}\right)\div\left(-\frac{1}{2}\right)^3-(-6)\times\left\{\frac{3}{4}+(-2)\right\}$

11 $|-2^3\div3|-\left|-2\frac{1}{3}\div\left(-1\frac{5}{9}\right)\right|$

12 $-\left|-\left|\frac{(-3)^2}{-2^2}\right|\right|$

13 $2-\left[\frac{1}{2}+\left(-\frac{2}{3}\right)\times\left\{\frac{7}{2}+\left(-\frac{5}{6}\right)\times\frac{8}{5}\right\}\right]\div\frac{1}{3}$

14 수직선 위에서 -10에 대응하는 점을 A, 4에 대응하는 점을 B라 하고 두 점 A, B의 한 가운데에 있는 점을 M이라 할 때, 점 M에 대응하는 수를 구하여라.

15 두 정수 a, b가 $a\times b>0$, $a+b<0$을 만족할 때, a, b의 부호를 부등호를 사용하여 나타내어라.

16 b의 절댓값은 a의 값보다 3만큼 크고 $a\times b<0$, $a=10$이다. b의 값을 구하여라.

STEP B

17 두 정수 a, b가 $|a|=2$, $|b|=5$일 때, $a-b$의 값이 가장 클 때의 a, b의 값을 각각 구하여라.

18 $[x]$는 x를 넘지 않는 최대의 정수를 나타낸다. $x=-2.3$일 때, $[x]$의 값을 구하여라.

19 어떤 정수 a와 -3의 합은 양의 정수이고, a와 -5의 합은 음의 정수일 때, a의 값을 구하여라.

20 $-2^2\div\left(-2\frac{2}{3}\right)-3\div\left(-\frac{1}{2}\right)^3\div(-1.8)$의 값에 가장 가까운 정수를 구하여라.

21 두 정수 a, b가 $a>0$, $b<0$, $a+b>0$을 만족할 때, a, b, $-a$, $-b$를 큰 순서대로 써라.

22 세 유리수 a, b, c가 $a\times c>0$, $a+b+c=0$일 때, 다음 중 항상 옳은 것은?

① $a>0$ ② $a<0$ ③ $a\times b>0$
④ $a\times b<0$ ⑤ $b\times c>0$

23 $|5-x|=4$일 때, $|3-2\times x|$의 값으로 가능한 값을 모두 구하여라.

24 2보다 -3만큼 작은 수를 A, -1보다 4만큼 큰 수를 B라 할 때, $B<|x|\le A$를 만족하는 정수 x의 개수를 구하여라.

STEP B

25 두 유리수 a, b에 대하여 $a-b<0$, $a\times b<0$일 때, $|a|+|b|+a-b$의 값을 구하여라.

26 다음의 A, B, C, D 중 그 값이 다른 하나를 구하여라.

$$A=3.75\times\left(-1\frac{1}{3}\right)-4^2\div\left(-3\frac{1}{5}\right)$$
$$B=\left(-\frac{1}{2}\right)^3\times\frac{3}{4}\div\left(-\frac{1}{3}\right)-\left(\frac{5}{8}-\frac{11}{32}\right)$$
$$C=\left(-3\frac{1}{2}\right)\div(-2)^2-2\frac{1}{3}\times\left(-1\frac{1}{2}\right)^3$$
$$D=\frac{1}{2^4}+\left(\frac{1}{3}\right)^2\times\left(-\frac{3}{2^3}\right)\div\frac{2}{3}$$

27 어떤 자동차가 처음 10 km는 시속 30 km로 달리고, 다음 10 km는 시속 60 km로 달렸을 때, 이 차의 평균 속력을 구하여라.
$\left(\text{단, (평균 속력)}=\dfrac{\text{(총 거리)}}{\text{(총 시간)}}\right)$

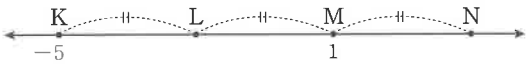
28 서로 다른 세 수 a, b, c의 곱은 -24이다. $a<0<b<c$이고, $|a|=3$, $c=2\times b$일 때, c의 값을 구하여라.

29 다음의 A, B, C, D 중 절댓값이 가장 큰 수를 구하여라.

$$A=3^3\times(3^5\times5-25\times3^4)\div5+2\times3^7$$
$$B=\left\{-2^2-2\frac{1}{4}\div\left(-1\frac{1}{2}\right)^3\right\}\div\left(3-\frac{2^2}{3}\right)$$
$$C=2\frac{1}{3}\div(-2^2)-2\frac{1}{4}\times\left(-\frac{1}{3}\right)^3$$
$$D=\{-3^2\times2+(-2)^3-4\times(-6)\}\div(-3)^2$$

STEP B

30 다음 그림과 같이 수직선 위에 네 점 K, L, M, N이 순서대로 있다. 점 K에 대응하는 정수는 -5, 점 M에 대응하는 정수는 1이고, 이웃하는 두 점 사이의 거리는 모두 같다. 이때 점 N에 대응하는 수를 구하여라.



31 $-\frac{3}{4}$보다 $-\frac{1}{3}$만큼 작은 수를 A, $|x|=\frac{3}{2}$인 x 중에서 큰 수를 B라 할 때, $A\times B+2\times(-B)^2$의 값을 구하여라.

32 소희가 동쪽으로 12 km를 가다가 서쪽으로 -5 km를 가고 다시 동쪽으로 -10 km를 가다가 서쪽으로 3 km를 가면 소희의 위치는 처음 출발한 곳에서 어떻게 되겠는지 구하여라.

33 두 정수 a, b에 대하여 다음 조건을 만족하는 a, b의 값을 각각 구하여라. (단, $a>b$)

(1) $a+b=5$, $a\times b=6$
(2) $a+b=-5$, $a\times b=6$
(3) $a+b=-1$, $a\times b=-6$
(4) $a+b=5$, $a\times b=-14$

34 $\{|5-|3-6||\times(-2)+3\}\div(10-3\times2\times|2-|4-9||)$를 계산하여라.

35 두 수 $-\frac{1}{3}$과 $\frac{2}{7}$ 사이에 있고 분모가 17이며, 정수가 아닌 유리수의 개수를 구하여라.

36 $a=-\frac{2}{3}$일 때, $2\times a$, a, a^2, $\frac{1}{a^2}$, $\frac{1}{a}$, $-a$, $-\frac{1}{a}$, $-\frac{1}{a^2}$, $-2\times a$ 중에서 가장 큰 수와 가장 작은 수를 차례대로 구하여라.

37 다음 □ 안에 알맞은 부등호를 써넣어라.

(1) $a>b$이고 $a+b>0$이면 a □ 0이다.

(2) $a<b$이고 $a+b<0$이면 a □ 0이다.

(3) $a-b>0$이고 $a\times b<0$이면 a □ 0, b □ 0이다.

(4) $a+b<0$이고 $a\times b>0$이면 a □ 0, b □ 0이다.

(5) a, b는 모두 0이 아니고 $a+b=0$이면 $a\times b$ □ 0, $a\div b$ □ 0이다.

38 다음을 만족하는 서로 다른 세 수 x, y, z에 대하여 물음에 답하여라.

> ① x, y, z의 절댓값은 모두 3 이하인 정수이다.
> ② $x\times y=0$, $x\times z>0$, $x+z<0$, $x-z>0$

(1) y의 값을 구하여라.

(2) (x, z)를 모두 구하여라.

STEP B

1 $|a|>|b|$일 때, 다음 표에 $+$, 0, $-$를 알맞게 써넣어라.

		$a>0$ $b>0$	$a>0$ $b<0$	$a<0$ $b>0$	$a<0$ $b<0$	$a>0$ $b=0$	$a<0$ $b=0$
(1)	$a+b$						
(2)	$a\times b$						

2 두 정수 A, B에 대하여 $|A|=|B|$, $A-B=8$일 때, A의 값을 구하여라.

3 민정, 유빈, 은성, 예준, 재민이의 점수의 합이 0점이 될 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) 민정, 유빈, 은성, 재민이의 점수가 각각 15점, -8점, -4점, 1점일 때, 예준이의 점수를 구하여라.

(2) 민정, 유빈, 은성, 예준이의 점수의 평균이 -3.5점일 때, 재민이의 점수를 구하여라.

4 세 유리수 a, b, c가 $a\times b>0$, $a\times b\times c\le 0$, $a+b<0$을 만족할 때, $a+b+c$를 부등호를 사용하여 나타내어라.

5 $-1\frac{1}{3}$, 0.25, $\frac{3}{4}$에서 두 수를 선택하여 곱하고 나머지 수로 나눈 값을 x라고 할 때, x의 절댓값이 최대가 되는 x의 값을 구하여라.

6 a의 절댓값은 $\frac{5}{2}$이고, b는 a보다 -4.25만큼 작은 수이다. $a\times b<0$일 때, b의 값을 구하여라.

STEP A

[7~13] 다음을 계산하여라.

7 $\left\{2-\frac{3}{4}\times\left(-\frac{5}{6}\right)\right\}\div\left(-1\frac{3}{4}\right)+0.875-(-1.5)^2$

8 $\left[\left\{3-\left(-\frac{5}{4}\right)\times\left(-\frac{3}{10}\right)\right\}\div 3\frac{1}{2}-1\frac{1}{4}\right]^3$

9 $\left\{\frac{2}{(-3)^2}\right\}^2\div\frac{(-4)}{7\times(-3^2)}+\left(2\frac{1}{3}-1.5\right)^2$

10 $\left|(-6)^2\div 3\times\left(-\frac{1}{2}\right)\right|+\left|\left(-\frac{4}{3}\right)^2\times 0.75-\frac{1}{3}\right|$

11 $\left\{\frac{1}{3}-0.75-\left(\frac{2}{3}\right)^2\right\}\times 3+(0.4)^2\times 10^2+\frac{3}{5}\times(-10)$

12 $\left\{\left(-\frac{1}{2}\right)^3-\left(-\frac{1}{3}\right)^2+\frac{1}{4}\right\}\div\left\{1-\left(\frac{1}{2}-\frac{2}{3}\right)\right\}$

13 $1\frac{1}{4}\times(-2)^3+1250\times\left(-\frac{1}{10}\right)^3\times2+125\times\left(-\frac{1}{10}\right)^2\times2+1.25\times2^2$

14 n이 홀수이고 $n>1$일 때, $(-1)^n-(-1)^{n+1}-(-1)^{n-1}$을 계산하여라.

15 서로 다른 두 유리수 a, b에 대하여 $a*b=\frac{a\times b}{a+b}$라 정의할 때, $\frac{1}{4}*\left(\frac{1}{4}*\frac{1}{4}\right)$의 값을 구하여라.

STEP A

16 두 자연수 m, n에 대하여 n이 m보다 작지 않고 $m\times(n+10)=75$를 만족하는 (m, n)을 모두 구하여라.

17 a, b는 정수일 때, $a\times|a-b|=5$를 만족하는 (a, b)를 모두 구하여라.

18 두 정수 a, b에서 a의 절댓값은 b의 절댓값의 3배이고 $a\times b=12$일 때, $a+b$의 값을 모두 구하여라.

19 $A=-3^3\div\left(-1\frac{1}{2}\right)^2-\left(-\frac{2}{3}\right)^3\times 54$, $B=5^2-1.4\div\left(-\frac{1}{5}\right)^2-3\frac{3}{4}\times\left(-\frac{2}{3}\right)^2$ 일 때, $A+B$의 값을 구하여라.

20 $A=\dfrac{12\times\left\{1-\left(-\frac{1}{2}\right)^4\right\}}{1-\left(-\frac{1}{2}\right)}$, $B=42\times\left(\frac{1}{6}-\frac{1}{7}-\frac{1}{3}\right)-2\times(-3)$,

$C=\frac{6}{7}\times\left(\frac{1}{2}-\frac{5}{28}+\frac{3}{7}\right)\div\frac{4}{15}\times\left(-\frac{14}{27}\right)$일 때, A, B, C의 대소 관계를 부등호를 사용하여 나타내어라.

21 $A=-3^4\div\left(-1\frac{1}{2}\right)^2-\left\{\left(-\frac{3}{4}\right)^3\times\left(2\frac{2}{3}\right)^2-(-2)^4\right\}$일 때, $|A|$의 값을 구하여라.

22 $A=-\left(-\frac{1}{2}\right)^3-\left[\left(-\frac{2}{3}\right)^2-\frac{3}{2}\times\left\{\left(-\frac{1}{3}\right)^3-\left(-\frac{3}{2}\right)^2\right\}\right]$일 때, A의 값에 가장 가까운 정수를 구하여라.

STEP A

23 $[x]$는 x보다 크지 않은 최대의 정수를 의미한다. 이때 다음 식의 값을 구하여라.

$$\left[\frac{1\times2}{7}\right]+\left[\frac{2\times3}{7}\right]+\left[\frac{3\times4}{7}\right]+\cdots+\left[\frac{8\times9}{7}\right]+\left[\frac{9\times10}{7}\right]$$

24 다음 표는 8명의 학생의 수학 성적을 나타낸 것이고, 정현이를 기준으로 하여 정현이보다 성적이 높으면 양수, 낮으면 음수로 나타내었다. 평균이 64점일 때, 물음에 답하여라.

학생	은선	예나	지훈	경민	정현	희철	승아	연우
성적(점)	$+7$	-8	$+7$	-25	0	-7	$+9$	$+1$

(1) 정현이의 성적은 평균보다 몇 점이 더 높은지 또는 더 낮은지 구하여라.

(2) 승아의 성적을 구하여라.

25 두 수 a, b는 $|a|>|b|$, $a\times b<0$인 정수이다. $b=4$일 때, a의 값이 될 수 없는 음의 정수의 합을 구하여라.

26 서로 다른 두 수 a, b는 -3, -2, -1, 0, 1, 2 중의 수이고, $a\times b$, $a-b$는 모두 음수이다. 다음 물음에 답하여라.

(1) b의 부호를 부등호를 사용하여 나타내어라.

(2) $a\times c=b\times c$가 되는 c의 값을 구하여라.

(3) $a+b$가 음수일 때, $a\times b$의 값을 모두 구하여라.

27 네 정수 a, b, c, d가 $a\times b\times c\times d>0$, $a<c$, $a\times b\times d<0$, $b+d<0$을 만족할 때, a, b, c, d의 부호를 부등호를 사용하여 나타내어라.

STEP A

28 수직선 위에 유리수 -1, a, b, 0, c, d, 1이 순서대로 있을 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) $\frac{1}{a}$, $\frac{1}{b}$, $\frac{1}{c}$, $\frac{1}{d}$을 큰 순서대로 써라.

(2) $a\times d$와 $b\times c$의 대소 관계를 부등호를 사용하여 나타내어라.

29 오른쪽 표와 같이 -24에서 17까지의 정수를 나열할 때, 다음 물음에 답하여라.

a	b	c	d	e	f	g
-24	-23	-22	-21	-20	-19	-18
-17	-16	-15	-14	-13	-12	-11
-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4
-3	-2	-1	0	1	2	3
4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17

(1) A 부분의 세 수의 합과 B 부분의 세 수의 합을 각각 구하여라.

(2) A와 같이 세로로 세 수의 합을 구할 때, 합이 -24가 되는 세 수를 구하여라. 또, 이 세 수는 a~g 중 어디에 있는 수인가?

(3) $7\times n+2$의 n에 정수를 넣었을 때의 값이 나열된 곳은 a~g 중 어느 곳인지 기호로 답하여라.

30 x의 절댓값은 3, y의 절댓값은 5, z의 절댓값은 2일 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) $x+y$가 될 수 있는 값을 모두 구하여라.

(2) $x-z$가 될 수 있는 값을 모두 구하여라.

(3) $x+y=z$를 만족할 때, (x, y, z)를 모두 구하여라.

31 네 정수 a, b, c, d가 다음 조건을 만족할 때, a, b, c, d의 부호를 부등호를 사용하여 나타내어라.

① $a\times b\times c\times d<0$ ② $a+b+c=0$ ③ $b-c<0$ ④ $c\times d<0$

32 다음 조건을 만족하는 5개의 정수의 쌍을 모두 구하여라.

① 5개의 수의 곱의 절댓값은 162이다.
② 어떤 두 수의 합은 0이고 나머지 세 수의 합도 0이다.
③ 합이 0인 어떤 세 수의 절댓값의 비는 1 : 2 : 3이다.

33 양의 유리수를 다음과 같은 순서로 배열하여 $\frac{1}{2}$을 3번째라고 할 때, $\frac{6}{17}$은 몇 번째인지 구하여라.

$$\left(\frac{1}{1}\right), \left(\frac{2}{1}, \frac{1}{2}\right), \left(\frac{3}{1}, \frac{2}{2}, \frac{1}{3}\right), \cdots$$

STEP A

34 주희와 예성이가 돌계단에서 가위바위보를 하여 이긴 사람은 4계단 위로 올라가고, 진 사람은 3계단 아래로 내려가는 놀이를 했다. 두 사람의 출발점은 같고, 그 위에도 아래에도 40계단 이상 있다고 한다. 다음 물음에 답하여라. (단, 비기는 경우는 생각하지 않는다.)

(1) 5회 놀이 중 주희가 3회 이겼을 때, 주희는 예성이보다 몇 계단 위에 있겠는지 구하여라.

(2) 7회 놀이 결과 예성이는 출발점에 그대로 있었다. 예성이의 가위바위보의 결과는 몇 승 몇 패인지 구하여라.

1 현수네 반의 학생 51명에게 차례로 1번부터 51번까지의 번호를 중복되지 않게 선택하게 하여 이 중 홀수 번을 가진 학생만을 택하여 반대표 줄다리기 선수를 18명 뽑으려고 한다. 홀수 번을 가진 학생 중에서 임의로 18명을 택했을 때, 이 중 두 학생이 가진 번호의 합이 54가 되는 것은 적어도 몇 쌍인지 구하여라.

2 $|4\times x+8|+|2\times y-1|=0$일 때, $(x\times y)^{2015}+\frac{1}{2}\times x^5-8\times y^4$의 값을 구하여라.

3 임의의 유리수 a에 대하여 $[a]$는 a보다 크지 않은 최대의 정수를 나타내고, 임의의 자연수 b에 대하여 $b!$은 $1\times2\times3\times\cdots\times(b-1)\times b$를 나타낼 때, 다음을 계산하여라.

$$\left[\frac{2014!+2011!}{2013!+2012!}\right]$$

4 어느 수목원에 500가지 종류의 꽃씨가 있다. 이 꽃씨들에 1부터 500까지 차례대로 번호를 매겨놓고, 수목원의 입구부터 다음과 같은 순서대로 꽃씨를 심었다.

1, 1, 1, 1, 2, 1, 1, 3, 3, 1, 1, 4, 4, 4, 1, 1, 5, 5, 5, 5, 1, 1, ⋯

이러한 순서로 1000개의 꽃씨를 심었을 때, 번호 1이 매겨진 꽃씨는 모두 몇 개나 심어져 있겠는지 구하여라.


리플렉스~

쉼표하나

글·그림 김인하


프랑스에서 음악 공부를 하고 온 교내에서 까칠하기로 유명한 정 세레나 음악 선생님
까칠
까칠
이번 중간고사 음악 시험은 자신이 다룰 수 있는 악기로 실기 시험을 보겠다!
허걱!
럭!
공황상태에 빠진 철희
다룰줄 아는 악기가 없는데...
시험날...
워우워우~
시키지 않았는데 노래를?
음악
C
까칠한 선생님은 모두다 점수 C를 주셨고
징징징~
전자기타
연주는 좋으나 시끄럽군...
음악
C
철희는 초등때 배운 단소를 선택했지만 너무 긴장한 나머지 소리가 안나고...
부글부글
소리가 안나!
어쩜좋아~
아! 너 죽었다!
하지만 음악 선생님의 뜻밖의 말
그르릉 그르릉
흑~ 선생님~
조용 조용! 철희가 너무 긴장했으니 소리가 날 때까지 기다린다.
결국 기다림 끝에 철희는 연주에 성공하고 모두가 박수를 쳐주며 감동의 교실이 되었다.
감동~
선생님...
짝짝
뭉클~
짝짝짝!
와!~
그러나, 음악 선생님은 냉정한 프로였다.
음악의 세계는 냉정하지 후후
점수도 감동적!!
음악
D
커억!!

03

문자와 식

I'm A class-math

핵심요약정리

1 문자를 사용한 식

1. 문자의 사용 : 문자를 사용하여 수량 사이의 관계를 간단한 식으로 나타낼 수 있다.

2. 문자를 사용하여 식 세우기
   (1) 문제의 뜻을 파악하여 수량 사이의 규칙을 찾는다.
   (2) 문자를 사용하여 (1)의 규칙에 맞도록 식을 세운다.

3. 문자를 사용한 식에서 자주 쓰이는 수량 관계
   (1) $(\text{소금물의 농도})=\dfrac{(\text{소금의 양})}{(\text{소금물의 양})}\times 100(\%)$

   $(\text{소금의 양})=\dfrac{(\text{소금물의 농도})}{100}\times(\text{소금물의 양})$

   (2) $(\text{거리})=(\text{속력})\times(\text{시간})$, $(\text{속력})=\dfrac{(\text{거리})}{(\text{시간})}$, $(\text{시간})=\dfrac{(\text{거리})}{(\text{속력})}$

   (3) (거스름돈)=(낸 금액)−(물건값), (물건값)=(물건 1개의 가격)×(개수)

2 곱셈과 나눗셈 기호의 생략

1. 곱셈 기호의 생략
   문자와 문자, 수와 문자의 곱에서 곱셈 기호 ×는 생략하여 간단히 나타낼 수 있다. 이때 다음과 같이 약속한다.
   (1) 수와 문자의 곱 : 수는 문자 앞에 쓴다.
   예 $7\times x=7x$, $a\times 6\times b=6ab$
   (2) 문자와 문자의 곱 : 일반적으로 문자는 알파벳 순서로 쓴다.
   예 $b\times c\times a=abc$
   (3) 1 또는 −1과 문자의 곱 : 1은 생략한다.
   예 $x\times 1\times y=xy$, $(-1)\times a\times b=-ab$
   (4) 같은 문자의 곱 : 거듭제곱의 꼴로 나타낸다.
   예 $x\times x=x^2$, $a\times a\times a=a^3$
   (5) 문자나 수와 괄호의 곱 : 문자나 수는 괄호 앞에 쓴다.
   예 $(x+y)\times 5=5(x+y)$, $a\times(b+c)=a(b+c)$

2. 나눗셈 기호의 생략

나눗셈 기호 ÷를 생략하고 분수의 꼴로 나타낸다.

$x \div y = \frac{x}{y}$ (단, $y \neq 0$)

예 $x \div 5 = \frac{x}{5}$ (또는 $\frac{1}{5}x$)

3 식의 값

1. 대입 : 문자를 사용한 식에서 문자 대신 어떤 수로 바꾸어 넣는 것

2. 식의 값 : 식의 문자에 어떤 수를 대입하여 계산한 결과

3. 식의 값을 구하는 방법
   (1) 문자에 주어진 수를 대입할 때에는 생략된 곱셈 기호 ×를 다시 쓴다.
   (2) 문자에 음수를 대입할 때에는 반드시 ( ) 안에 넣어 계산한다.
   (3) 분수의 분모에 분수를 대입할 때에는 생략된 나눗셈 기호 ÷를 다시 쓴다.

4 다항식과 일차식

1. 항 : 수 또는 문자의 곱으로만 이루어진 식 예 $8x$, a^3b

2. 상수항 : 문자없이 수만으로 이루어진 항 예 5, -4

3. 계수 : 수와 문자의 곱으로 이루어진 항에서 문자 앞에 곱해진 수
   예 $7a$에서 a의 계수는 7

4. 다항식 : 하나 또는 둘 이상의 항의 합으로 이루어진 식 예 $4x-1$, $2a+a^2$

   참고] $\frac{a}{x}$와 같이 분모에 문자가 있는 것은 곱으로만 이루어져 있지 않으므로 항이 아니다. 따라서 다항식이 아니다.

5. 단항식 : 다항식 중에서 하나의 항으로만 이루어진 식 예 $-3x$, $2ab$

6. 차수 : 항에서 문자의 곱해진 개수 예 $4x$의 차수는 1, $-2a^2$의 차수는 2

   참고] 상수항은 문자가 없으므로 차수가 0이다.

7. 다항식의 차수 : 다항식에서 차수가 가장 큰 항의 차수
   예 $-5x^2+7x+1$(차수가 2인 다항식)

8. 일차식 : 차수가 1인 다항식 예 $a-5$, $3y$

핵심요약정리

5 일차식과 수의 곱셈, 나눗셈

1. (일차식)×(수), (수)×(일차식)

분배법칙을 이용하여 일차식의 각 항에 수를 곱한다.

예 $2(2x+1)=2\times2x+2\times1=4x+2$

2. (일차식)÷(수)

분배법칙을 이용하여 일차식의 각 항에 나누는 수의 역수를 곱한다.

예 $(10a-5)\div(-4)=(10a-5)\times\left(-\frac{1}{4}\right)=10a\times\left(-\frac{1}{4}\right)-5\times\left(-\frac{1}{4}\right)=-\frac{5}{2}a+\frac{5}{4}$

6 일차식의 덧셈과 뺄셈

1. 동류항

(1) 문자와 차수가 서로 같은 항을 동류항이라고 한다.

예 $-a$와 $-3a$, xy와 $5xy$

(2) 상수항끼리는 모두 동류항이다.

(3) 동류항의 덧셈과 뺄셈

동류항의 계수끼리 더하거나 빼고 문자를 곱한다.

예 $-x+4x=(-1+4)x=3x$, $8y-2y=(8-2)y=6y$

참고 동류항이 아닌 항끼리는 덧셈과 뺄셈을 할 수 없다.

2. 일차식의 덧셈과 뺄셈

괄호가 있는 식은 분배법칙을 이용하여 괄호를 풀고, 동류항끼리 계산하여 간단히 한다.

예 $5(a-3b)-2(2a+b)$

$=5\times a+5\times(-3b)-2\times2a-2\times b$

$=5a-15b-4a-2b$

$=5a-4a-15b-2b$

$=(5-4)a+(-15-2)b$

$=a-17b$

Tip 동류항끼리의 합 또는 차는 분배법칙을 이용하여 각 항의 계수의 합 또는 차에 문자를 곱하여 간단히 한다.

꼼꼼 실전문제

1 다음 중 $a \div b \times c \div d$에서 $\times$, $\div$를 생략하여 바르게 나타낸 것은?

① $\frac{ad}{bc}$ ② $\frac{bc}{d}$ ③ $\frac{bc}{ad}$

④ $\frac{ac}{bd}$ ⑤ $\frac{a}{bcd}$

2 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

① $a \div b \times c = \frac{a}{bc}$ ② $a \div b \times c = a \div bc$

③ $a \times b \div c = a \div c \times b$ ④ $a \div b \div c = a \div (b \div c)$

⑤ $a \div b \times c = ac \div b$

3 다음 중 $\frac{a+b}{xy}$와 같은 것은?

① $(a+b) \div x \div y$ ② $(a+b) \div x \times y$

③ $a+b \div x \div y$ ④ $a+b \div x \times y$

⑤ $a \div x + b \div y$

4 다음 중 일차식을 모두 고르면?

① x^2-3x+1
② $(3-3)x+5$
③ $2x+3-2x$
④ $0.2x-3$
⑤ $2x^2-4x+3-x-2x^2$

5 다음을 문자를 사용한 식으로 나타내어라.

(1) a의 3배와 5의 합
(2) x의 2배와 y의 3배의 합
(3) a의 5배와 b의 합의 3배
(4) a의 제곱에서 b를 뺀 수의 2배
(5) a와 b의 합의 $\frac{1}{2}$배
(6) x의 제곱과 y의 세제곱의 곱
(7) a에 2를 더한 수와 b의 2배에서 3을 뺀 수의 곱
(8) a와 b의 합과 차의 곱(단, $a>b$)

6 $-(-2x-7)+2(-x+3)$을 간단히 하여라.

7 다음 중 다항식의 차수가 가장 큰 것은?

① x^3y ② x^2+y^2 ③ x^4y
④ $x^2y^2z^2$ ⑤ x^4+y^2

8 $a=-3$일 때, 다음 식의 값을 구하여라.

(1) $(-a)^2$ (2) $-(-a)^2$ (3) $(-a)^3$
(4) $(-a^3)^2$ (5) $(-a^2)^3$ (6) $\{-(-a)^2\}^3$

9 어떤 식에서 $x-2$를 빼었더니 $-4x+3$이 되었다. 어떤 식을 구하여라.

10 $-3(2a-3b)+5(3a-b)$를 간단히 정리한 식에서 a의 계수와 b의 계수의 합을 구하여라.

STEP C 꼼꼼 실전문제

11 $a=4$, $b=-3$, $c=-2$일 때, $(a-b+3c)^3$의 값을 구하여라.

12 a cm와 b m의 합은 몇 mm인지 문자를 사용한 식으로 나타내어라.

13 한 모서리의 길이가 x cm인 정육면체의 겉넓이를 문자를 사용한 식으로 나타내어라.

14 시속 a km로 y분간 달린 거리는 몇 m인지 문자를 사용한 식으로 나타내어라.

15 x L의 30 %는 몇 dL인지 문자를 사용한 식으로 나타내어라.

16 x %의 소금물 0.3 kg에 들어 있는 소금의 양은 몇 g인지 문자를 사용한 식으로 나타내어라.

17 시계의 분침이 $x°$ 회전하는 동안에 시침이 회전하는 각의 크기를 문자를 사용한 식으로 나타내어라.

18 x시간 y분은 몇 초인지 문자를 사용한 식으로 나타내어라.

19 $x+y-[x+y-\{(x-y)-(x+y)\}]$를 간단히 하여라.

20 $\frac{x-1}{4}+\frac{2x-2}{3}-\frac{2x+5}{2}$를 간단히 하여라.

21 $15\left(\frac{2}{3}x-\frac{1}{5}\right)-12\left(\frac{1}{4}-\frac{5}{6}x\right)$를 간단히 한 식에서 x의 계수와 상수항을 각각 구하여라.

22 $a\div b=-2$, $a-b=12$일 때, a의 값을 구하여라.

STEP C

23 삼각형의 내각 중 한 각의 크기는 $a°$이고, 다른 한 각의 크기는 그것보다 $10°$만큼 더 크다. 나머지 한 각의 크기를 문자를 사용한 식으로 나타내어라.

24 어느 중학교의 올해 입학 지원자 수는 a명으로 이것은 작년에 비해 20% 증가한 것이다. 작년도 입학 지원자 수를 문자를 사용한 식으로 나타내어라.

25 다음 식의 값을 구하여라.

(1) $x=3$, $y=-5$일 때, $2x^2+xy$

(2) $x=-3$, $y=2$일 때, x^2-2y^3

(3) $x=-1$, $y=-2$일 때, $\frac{x}{y}-\frac{y}{x}$

26 x km의 도로를 인라인스케이트로 처음에는 시속 8 km로 a시간 달리고 남은 거리를 시속 10 km로 달렸을 때, 전체 걸린 시간을 문자를 사용한 식으로 나타내어라.

27 '연속하는 두 자연수의 합은 홀수이다.'를 증명하여라.

28 다음 식의 값을 구하여라.

(1) $a=-6$, $b=3$일 때, $\frac{5}{a}-\frac{b}{4}+2$

(2) $a=-\frac{1}{2}$, $b=-\frac{3}{4}$일 때, $-a^2-\frac{1}{b}-\frac{1}{12}$

(3) $a=-\frac{1}{2}$, $b=\frac{1}{3}$, $c=-\frac{3}{4}$일 때, $a^2-3b+\frac{1}{3}c$

29 다음 물음에 답하여라.

(1) 십의 자리의 숫자가 a, 일의 자리의 숫자가 b, 소수점 아래 첫째 자리의 숫자가 c인 수를 a, b, c를 사용한 식으로 나타내어라.

(2) 연속하는 세 자연수 중 가운데 수를 n이라 할 때, 다른 두 수를 n을 사용한 식으로 나타내어라.

(3) n이 임의의 자연수일 때, 짝수와 홀수를 n을 사용한 식으로 나타내어라.

(4) 자연수 a를 자연수 b로 나눈 나머지를 c라 할 때, 몫을 a, b, c를 사용한 식으로 나타내어라.

쑥쑥 발전문제

[1~5] 다음을 계산하여라.

1 $\frac{2}{3}\left(\frac{1}{2}x-1\right)-\frac{1}{3}\left(\frac{3}{2}x-\frac{5x-1}{6}\right)$

2 $1-\frac{6-5x}{9}+\frac{1}{2}\left(\frac{3x-10}{15}-\frac{x}{5}\right)$

3 $\frac{2}{5}(6-2x)-10\left\{\frac{1}{4}(3x-5)-\frac{1}{5}(2x-3)\right\}$

4 $2x-3\left[x+5\left\{x-\frac{1}{15}(3x-5)\right\}\right]$

5 $x-\frac{x-2y}{2}-\frac{x-3y}{3}-\frac{5x-y}{6}$

6 $a=3$, $b=-2$, $c=-5$일 때, $\frac{a(b+c)^2-abc}{3}$의 값을 구하여라.

7 $a=-1$, $b=-2$, $c=3$일 때, $\frac{c}{2a^2}-\frac{b^2-c^2}{3bc}\div|b-c|$의 값을 구하여라.

8 $a=-3$, $b=5$일 때, $5|2a+3b|-6|a-2b|$의 값을 구하여라.

9 $-2x+7y-4$에서 어떤 식을 빼었더니 $3x-2y+4$가 되었다. 어떤 식을 구하여라.

10 어느 공장에서는 매일 a개의 상품을 만든다. 1일 생산량을 $p\%$ 증가시키면 하루에 몇 개의 상품을 만들 수 있는지 문자를 사용한 식으로 나타내어라.

11 $(2x-5)+5\left\{0.4(10x-3)-\frac{1}{2}(4x+1)\right\}$을 간단히 하였을 때, 일차항의 계수와 상수항의 곱을 구하여라.

12 어떤 식에서 $2x+5$를 빼야 할 것을 잘못하여 더하였더니 $-3x+11$이 되었다. 이때 바르게 계산한 식을 구하여라.

STEP B

13 강당에 긴 의자 x개가 있다. 의자마다 6명씩 앉고 한 의자에만 4명이 앉았다. 빈 의자 4개가 남았을 때, 학생 수를 x에 대한 식으로 나타내어라.

14 어떤 상품 1개를 팔면 100원의 이익이 있고, 팔지 못하면 60원의 손실이 있다. 이 상품을 a개 사서 그것의 20%를 팔지 못했을 때, 상품 1개에 대한 이익을 구하여라.

15 x의 2배에서 3을 뺀 수를 A, x의 3배에 5를 더한 수를 B라 할 때, $-\frac{1}{3}A-B$를 x에 대한 식으로 나타내어라.

16 x%의 소금물 100 g과 10%의 소금물 200 g을 섞어서 만든 소금물의 농도를 x에 대한 식으로 나타내어라.

17 $A=2x-3y+z$, $B=3x+2y-4z$, $C=x-4y+3z$일 때, 다음 식을 x, y, z를 사용한 식으로 나타내어라.

(1) $A+B+C$
(2) $A-B+C$
(3) $A+B-C$
(4) $A-2B+3C$

STEP B

18 어떤 자연수를 7로 나누면 몫은 a, 나머지는 3이다. 이 몫을 3으로 나누면 몫은 b, 나머지는 2가 된다. 어떤 자연수를 b에 대한 식으로 나타내어라.

19 $x=2a-1$, $y=a+2$, $z=-2a-1$일 때, 다음을 a에 관한 식으로 나타내어라.

(1) $x+y-z$
(2) $x-y-2z$
(3) $2x-3y+4z$
(4) $5(-x+2y)-3(x-2z)$
(5) $12\left(\frac{x-y}{2}-\frac{y-z}{3}+\frac{x+z}{4}\right)$

20 어느 반에서 수학 시험을 본 결과 세 명의 평균은 60점이었다. 여기에 a점을 받은 학생을 더한 네 명의 평균은 60점보다 몇 점 높은지 a에 대한 식으로 나타내어라. (단, $a>60$)

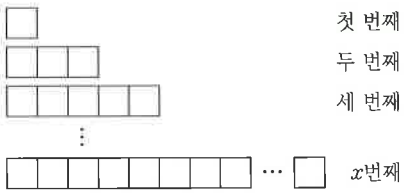
21 어느 마을에서 A신문을 보는 집은 $p\%$, B신문을 보는 집은 $q\%$, A, B 중 어느 신문도 보지 않는 집은 20%라 한다. A, B 두 신문을 모두 보는 집은 몇 %인지 p, q에 관한 식으로 나타내어라.

22 지은이네 가족은 5명이고, 영재네 가족은 7명이다. 영재네 가족은 우표를 a장씩 가지고 있고, 지은이와 영재네 가족이 가지고 있는 우표의 수의 합은 이들 모두가 b장씩 가지고 있을 때의 합과 같다고 한다. 지은이네 가족은 모두 같은 수의 우표를 가지고 있을 때, 지은이네 가족이 각각 몇 장씩 우표를 가지고 있는지 a와 b를 사용한 식으로 나타내어라.

23 수학 시험을 본 결과 점수가 a점인 학생이 7명, b점인 학생이 3명인데, 이 10명의 평균을 a점인 학생 5명, b점인 학생 5명으로 잘못 구하였다. 잘못 구한 평균과 올바른 평균과의 차를 a, b를 사용하여 나타내어라. (단, $a>b$)

STEP B

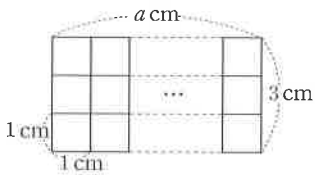
24 오른쪽 그림은 정사각형 모양의 카드를 일정한 규칙에 따라 늘어놓은 것이다. x번째 카드의 장수를 문자를 사용한 식으로 나타내어라.



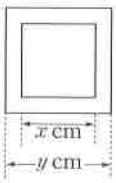
25 호수의 같은 지점에서 성민이와 유진이가 서로 반대 방향으로 동시에 출발하여 40분 만에 만났다고 한다. 성민이는 시속 $x$km, 유진이는 시속 $y$km로 달릴 때, 호수의 둘레의 길이를 x, y에 대한 식으로 나타내어라.

26 강물의 흐르는 속력이 시속 $3\,\mathrm{km}$인 강을 $x\,\mathrm{km}$ 내려가는 데 y시간 걸리는 배가 있다. 배는 항상 일정한 속력으로 갈 때, 흐르지 않는 물에서 이 배의 속력을 문자를 사용한 식으로 나타내어라.

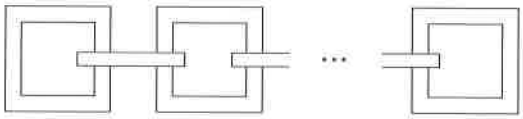
27 오른쪽 그림과 같이 길이가 $1\,\mathrm{cm}$인 철사를 나열하여 가로의 길이가 $a\,\mathrm{cm}$, 세로의 길이가 $3\,\mathrm{cm}$인 직사각형을 만드는 데 필요한 철사의 개수를 문자를 사용한 식으로 나타내어라.



28 다음 [그림 1]과 같은 정사각형 모양의 고리를 [그림 2]와 같이 n개를 연결하면 전체 길이는 몇 cm가 되는지 문자를 사용한 식으로 나타내어라.



[그림 1]



[그림 2]

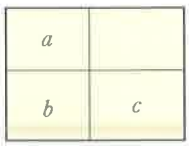
도전 최고수준문제

1 x가 1보다 큰 값일 때, $|x|-|1-x|+|2x-1|$을 간단히 하여라.

2 m은 짝수, n은 홀수일 때, $(-1)^m(a+b)-(-1)^n(a-b)$를 간단히 하여라.

3 $\frac{3}{x}=\frac{2}{y}$일 때, $\frac{x}{x+y}+\frac{y}{x-y}+\frac{y^2}{x^2-y^2}$의 값을 구하여라.

4 오른쪽 그림과 같이 직사각형 내부에 가로, 세로에 평행한 선분을 각각 그어 네 부분으로 나누었더니 세 부분의 넓이가 a, b, c였다. 이때 나머지 한 부분의 넓이를 a, b, c를 사용하여 나타내어라. 또, a, b, c가 각각 7, 11, 33일 때, 전체의 넓이를 구하여라.



5 기온이 x ℃인 공중에서 전달되는 음의 속도는 매초 $(331+0.6x)$m이다. 기온이 20 ℃일 때와 -10 ℃일 때의 음의 속도는 1초에 얼마만큼의 차이가 생기는지 구하여라.

6 A, B 두 문제의 시험을 본 결과 A의 정답자는 a명이고, A, B 두 문제 모두 맞힌 학생은 A의 정답자 수의 50 %이다. 또, A, B 두 문제를 모두 맞힌 학생은 B의 정답자 수의 25 %일 때, A, B 중 적어도 한 문제를 맞힌 학생 수를 a에 대한 식으로 나타내어라.

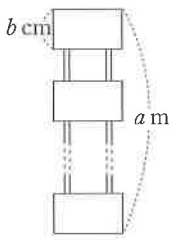
7 수직선 위의 3에 대응하는 점 A가 있다. 이 수직선 위에 점 M을 잡고, 점 A에 대하여 M과 대칭인 점을 N이라 한다. 점 M에 대응하는 수를 x라고 할 때, 점 N에 대응하는 수를 x에 대한 식으로 나타내어라.

8 어느 모임의 회원 7명 중에서 4명의 키의 평균은 a cm이고, 이것은 7명의 키의 평균보다 b cm가 작다고 한다. 나머지 세 명의 키의 평균을 문자를 사용한 식으로 나타내어라.

9 원가가 a원인 물건에 $r\%$의 이익을 붙여서 판다고 한다. 100개 이상의 물건을 살 때는 정가의 10%를 할인하여 준다고 할 때, 이 물건을 200개 산다면 내야 할 금액이 얼마인지 문자를 사용한 식으로 나타내어라.

10 십의 자리의 숫자가 x, 일의 자리의 숫자가 y인 두 자리의 자연수 A가 있다. A의 십의 자리의 숫자와 일의 자리의 숫자를 바꾸어 만든 두 자리의 자연수를 B라 할 때, A와 B의 차가 9의 배수임을 증명하여라.

11 오른쪽 그림은 세로의 길이가 b cm인 직사각형 모양의 도화지를 테이프를 사용하여 연결시킨 것이다. 5장을 연결했을 때, 전체 길이가 a m이면 도화지와 도화지 사이의 간격은 몇 cm인지 문자를 사용한 식으로 나타내어라.



12 두 개의 용기에 각각 5%의 소금물 xg과 8%의 소금물 $(x+10)$g이 들어 있다. 두 용기의 소금물을 섞었을 때, 몇 $\%$의 소금물이 되는지 x에 대한 식으로 나타내어라.

STEP A

13 어느 학교의 올해 입학 인원은 작년과 비교했을 때, 남학생은 3% 감소하고, 여학생은 5%가 증가하였다. 이 학교의 작년 입학생 수를 a명, 작년 남자 입학생 수를 b명이라 할 때, 올해 입학생 수를 문자를 사용한 식으로 나타내어라.

14 어느 생선가게에서 생선을 어제는 1마리당 a원씩 팔다가 오늘은 어제보다 20% 할인하여 팔았더니 어제의 $\frac{3}{2}$배만큼 팔렸다. 이때 이틀 동안 생선 1마리는 평균 얼마에 판 것인지 문자를 사용한 식으로 나타내어라.

15 $8x\{x+2(x-5)\}-4[3-2\{x+mx(x-4)\}]$가 x에 대한 일차식일 때, x의 계수와 상수항의 합을 구하여라. (단, m은 상수)

16 길이가 x m인 기차가 길이가 430 m인 철교를 완전히 건너는 데 9초가 걸렸을 때, 이 기차의 시속(km/시)을 x에 대한 식으로 나타내어라.

17 둘레의 길이가 400 m인 운동장을 소정이와 수지가 같은 지점에서 소정이는 x m/분, 수지는 y m/분의 속력으로 같은 방향으로 동시에 출발하였다. 소정이가 수지보다 빠르다면 몇 분 후 소정이가 수지를 추월하게 되는지 x, y를 사용하여 나타내어라.

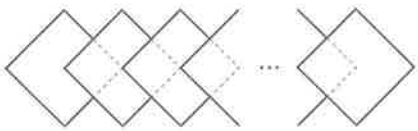
18 앞바퀴의 지름이 80 cm, 뒷바퀴의 지름이 1 m 20 cm인 자전거에 대하여 다음 물음에 답하여라.

(1) 앞바퀴가 x번 회전할 때, 뒷바퀴의 회전수를 x를 사용하여 나타내어라.
(단, 원주율은 3.14로 한다.)

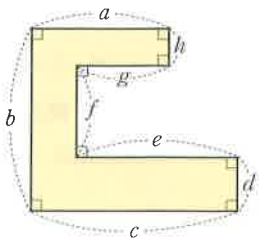
(2) 1 km를 움직이는 동안 앞바퀴와 뒷바퀴는 각각 몇 번 회전하는지 구하여라.
(단, 원주율은 3.14로 하고, 소수점 이하는 반올림한다.)

STEP A

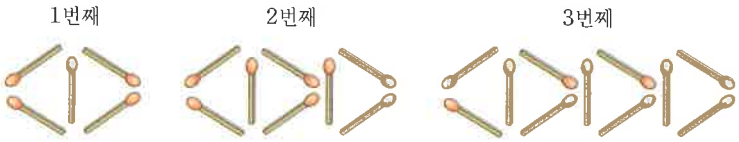
19 오른쪽 그림은 한 변의 길이가 6 cm인 정사각형을 겹쳐 놓은 것으로 겹쳐진 부분은 한 변의 길이가 3 cm인 정사각형이다. n장의 종이를 그림과 같이 겹쳐 놓았을 때 생기는 도형의 넓이를 n에 대하여 나타내어라.



20 오른쪽 그림과 같은 도형의 둘레의 길이를 가능한 한 문자의 수를 적게 사용하여 나타내어라.



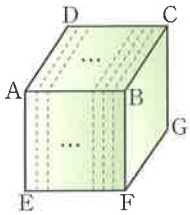
21 다음 그림은 성냥개비를 일정한 규칙에 따라 늘어놓은 것이다. n번째에 사용된 성냥개비의 개수를 n에 대한 식으로 나타내어라.



22 A용기에는 a%의 소금물 200 g, B용기에는 b%의 소금물 300 g이 들어 있다. A용기의 소금물 100 g을 B용기에 넣어 잘 섞은 후, 다시 B용기의 소금물 100 g을 A용기에 넣었다. 이때 A용기의 소금물의 농도는 몇 %인지 문자를 사용한 식으로 나타내어라.

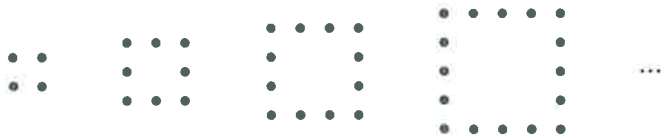
23 작년 사과와 배의 수확량은 각각 x만 톤, $(x-30)$만 톤이었고, 올해는 작년에 비해 사과의 수확량은 2% 증가, 배는 1% 감소하였다. 사과와 배의 올해 수확량의 합계는 작년보다 몇 $\%$ 증가하였는지 문자를 사용한 식으로 나타내어라.

24 오른쪽 그림과 같이 한 모서리의 길이가 $2\,\text{cm}$인 정육면체를 평면 BFGC에 평행한 평면으로 n번 자르려고 한다. 이때 생긴 직육면체의 겉넓이의 총합을 n에 대한 식으로 나타내어라.



STEP A

25 다음 그림은 한 변의 바둑돌의 개수가 2개, 3개, 4개, 5개, …가 되도록 나열한 것이다. 물음에 답하여라.

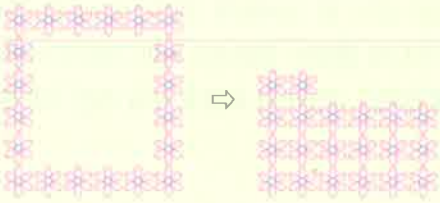


(1) 한 변의 바둑돌의 개수가 6개일 때, 바둑돌의 개수는 모두 몇 개인지 구하여라.

(2) 사용한 바둑돌의 개수는 반드시 4의 배수가 됨을 증명하여라.

(3) 사용한 바둑돌의 개수가 8의 배수가 되는 경우는 한 변에 사용한 바둑돌의 개수가 몇 개일 때인지 구하여라.

1 서울특별시에서는 [그림 1]과 같이 꽃나무가 심어져 있는 정사각형 모양의 화단을 [그림 2]와 같은 모양으로 바꾸려고 한다. 예를 들어 [그림 1]과 같이 한 변에 각각 6그루씩 모두 20그루의 꽃나무가 심어져 있는 화단을 [그림 2]와 같이 한 줄에 꽃나무를 6그루씩 심으면 마지막 줄에는 2그루의 꽃나무가 심어진다. [그림 1]과 같이 한 변에 꽃나무가 n그루씩 심어진 정사각형 모양의 화단을 [그림 2]와 같이 한 줄에 n그루씩 심을 때, 마지막 줄에 심어지는 꽃나무의 그루 수를 n을 사용하여 나타내어라. (단, $n>4$)



[그림 1] [그림 2]

2 은정이네 어머니께서는 매일 같은 시간에 장을 보러 마트에 가신다. 은정이는 어머니께서 장보기를 끝내는 시간에 맞춰 집에서 자동차를 몰고 가 어머니를 모시고 온다. 어느 날 조금 일찍 장을 보러 가신 어머니께서는 마트에서도 평소보다 일찍 나오셨고 20분 걸었을 때, 평소와 같은 시간에 차를 몰고 온 은정이를 만나 차를 타고 집에 돌아오니 평소보다 5분 일찍 집에 도착했다. 어머니께서 걷는 속도와 은정이의 자동차 속도가 변하지 않았다면 어머니께서 걷는 속도를 분속 vm라 할 때, 은정이의 자동차의 속도(m/분)를 v를 사용하여 나타내어라.

해답은 p. 49

3 어느 농장에 지영, 성웅, 희재네 가족은 총 a마리의 닭을 키우고 있다. 먼저 지영이네가 가지고 있는 닭의 일부를 나머지 두 가족에게 현재 가지고 있는 닭의 수의 2배가 되도록 나누어 주었다. 성웅이네와 희재네 역시 순서대로 각각 지영이네처럼 나머지 두 가족에게 나누어 주었다. 그 결과 지영이네가 가지고 있는 닭의 수는 희재네의 $\frac{2}{3}$였고, 성웅이네가 가지고 있는 닭의 수는 희재네의 $\frac{5}{4}$였다. 지영이네가 처음 가지고 있던 닭의 수를 a를 사용하여 나타내어라.

4 오른쪽 그림과 같은 원 모양의 케이크를 칼로 한 번 자르면 최대 2조각으로 나누어지고, 2번 자르면 최대 4조각으로 나누어진다. 이때 n번 자른다면 최대 몇 조각의 케이크로 나누어지는지 n을 사용하여 나타내어라. (단, 케이크를 중간에서 자르거나 끝내지 않고 직선 모양으로 자른다.)

쉼표하나

글·그림 김인하

어느 연구에 따르면 앞줄이 아무리 길다 하더라도, 뒤에 남은 사람이 많으면 절대 그 줄을 포기하지 않는다고 한다.

04

방정식

I'm A class-math

핵심요약정리

04 방정식

1 등식과 방정식, 항등식

1. 등식

(1) 등식 : 등호(=)를 사용하여 양변의 수 또는 식이 같음을 나타낸 식

(2) 좌변 : 등식에서 등호의 왼쪽 부분

(3) 우변 : 등식에서 등호의 오른쪽 부분

(4) 양변 : 등식의 좌변과 우변을 통틀어 **양변**이라고 한다.

$3x+1=5$
좌변 우변
양변

2. 방정식

(1) 방정식 : 미지수의 값에 따라 참이 되기도 하고 거짓이 되기도 하는 등식

예 $5x-1=4$는 x가 1일 때는 참이고, x가 -1일 때는 거짓이므로 방정식이다.

(2) 미지수 : 방정식에 있는 x 등의 문자

(3) 방정식의 해 또는 근 : 방정식을 참이 되게 하는 미지수의 값

(4) 방정식을 푼다 : 방정식의 해 또는 근을 구하는 것

3. 항등식

미지수에 어떤 수를 대입해도 항상 참이 되는 등식 예 $2x+x=3x$

2 등식의 성질

1. 등식의 성질

(1) 등식의 양변에 같은 수를 더하여도 등식은 성립한다.

$a=b$이면 $a+c=b+c$이다.

(2) 등식의 양변에서 같은 수를 빼어도 등식은 성립한다.

$a=b$이면 $a-c=b-c$이다.

(3) 등식의 양변에 같은 수를 곱하여도 등식은 성립한다.

$a=b$이면 $ac=bc$이다.

(4) 등식의 양변을 0이 아닌 같은 수로 나누어도 등식은 성립한다.

$a=b$이면 $\frac{a}{c}=\frac{b}{c}$ (단, $c\neq0$)

2. 등식의 성질을 이용한 일차방정식의 풀이

등식의 성질을 이용하여 주어진 방정식을 $x=$(수)의 꼴로 고쳐서 방정식의 해를 구할

수 있다.

예 $4x-7=1$
$4x-7+7=1+7$) 양변에 7을 더한다.
$4x=8$
$\therefore x=2$) 양변을 2로 나눈다.

3 이항과 일차방정식

1. 이항 : 등식의 성질을 이용하여 등식의 한 변에 있는 항을 부호를 바꾸어 다른 변으로 옮기는 것을 **이항**이라고 한다.

$2x+5=3$
↓ 이항
$2x=3-5$

2. 일차방정식
방정식의 우변에 있는 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리한 식이 (일차식)$=0$의 꼴로 나타내어지는 방정식을 **일차방정식**이라 한다. 이때 미지수 x를 포함한 일차방정식을 **x에 대한 일차방정식**이라 하며 $ax+b=0(a\neq0)$의 꼴로 나타낼 수 있다.

예 $2x-5=7$은 $2x-12=0$이므로 일차방정식이다.

4 일차방정식의 풀이

1. 괄호가 있으면 분배법칙을 이용하여 괄호를 먼저 푼다.
2. 미지수 x가 포함된 항은 좌변으로, 상수항은 우변으로 이항한다.
3. 양변을 간단히 하여 $ax=b(a\neq0)$의 꼴로 고친다.
4. x의 계수 a로 양변을 나누어 방정식의 해 $x=\frac{b}{a}$를 구한다.

예 $x+3(x-2)=4-x$
$x+3x-6=4-x$) 괄호 풀기
$x+3x+x=4+6$) 이항
$5x=10$) $ax=b(a\neq0)$의 꼴로 고치기
$\therefore x=2$) 양변을 x의 계수 a로 나누기

5 계수가 소수나 분수인 일차방정식의 풀이

1. 계수가 소수인 경우
양변에 10, 100, 1000, …을 곱하여 계수를 정수로 고쳐서 푼다.

예 $1.2x-0.5=0.6$에서 양변에 10을 곱하면
$12x-5=6$, $12x=11$ $\quad\therefore x=\frac{11}{12}$

2. 계수가 분수인 경우

양변에 분모의 최소공배수를 곱하여 계수를 정수로 고쳐서 푼다.

예 $\frac{2}{3}x-\frac{1}{2}=1$에서 양변에 6을 곱하면

$4x-3=6,\ 4x=9 \quad \therefore x=\frac{9}{4}$

6 특수한 해를 가질 때

이항하여 정리했을 때 다음과 같은 꼴이 되는 등식은 항등식이거나 항상 거짓인 등식이다.

1. $0\times x=0$의 꼴 : 해는 모든 수이다.

예 $4x+2=2(2x+1),\ 4x+2=4x+2,\ 4x-4x=2-2,\ 0\times x=0$

⇨ 미지수의 값에 관계없이 항상 참인 항등식이 되므로 해는 모든 수이다

2. $0\times x=$(0이 아닌 수)의 꼴 : 해가 없다.

예 $2x+3=2x+6,\ 2x-2x=6-3,\ 0\times x=3$

⇨ x의 값에 어떤 수를 넣더라도 항상 거짓이 되므로 해가 없다.

참고 (1) 등식 $ax=b$에서 ┌ 해가 무수히 많을 조건 : $a=0,\ b=0$
└ 해가 없을 조건 : $a=0,\ b\neq 0$

(2) 등식 $ax+b=cx+d$에서 ┌ 해가 무수히 많을 조건 : $a=c,\ b=d$
└ 해가 없을 조건 : $a=c,\ b\neq d$

(3) (0이 아닌 수)$\times x=0$의 꼴 : $x=\frac{0}{(0\text{이 아닌 수})}$이므로 해는 $x=0$이다.

7 일차방정식의 활용

1. 일차방정식의 활용 문제를 푸는 방법

(1) 문제의 뜻을 파악하고, 구하려는 것을 미지수 x로 놓는다.

(2) 문제의 뜻에 맞게 방정식을 세운다.

(3) 방정식을 푼다.

(4) 구한 해가 문제의 뜻에 맞는지 확인한다.

2. 수에 관한 문제

(1) 어떤 수에 관한 문제

① 어떤 수를 x로 놓고, 주어진 조건을 방정식으로 나타낸다.

② x에 관한 방정식을 풀어 어떤 수를 구한다.

(2) 연속하는 자연수에 관한 문제

① 연속하는 자연수 ⇨ x, $x+1$, $x+2$ 또는 $x-1$, x, $x+1$로 놓는다.

② 연속하는 세 홀수 또는 세 짝수 ⇨ x, $x+2$, $x+4$ 또는 $x-2$, x, $x+2$로 놓는다.

3. 정가에 관한 문제

(1) 원가가 x원인 물건에 y%의 이익을 붙여 매긴 정가

⇨ $x+\frac{y}{100}x=\left(1+\frac{y}{100}\right)x$(원)

예 원가가 5000원인 물건에 10%의 이익을 붙일 때

정가는 $5000+\frac{10}{100}\times5000=\left(1+\frac{10}{100}\right)\times5000=5500$(원)

(2) 정가가 x원인 물건을 y%만큼 할인하여 판매할 때의 판매 금액

⇨ $x-\frac{y}{100}x=\left(1-\frac{y}{100}\right)x$(원)

예 정가가 1000원인 물건을 15% 할인하여 판매할 때

판매 금액은 $1000-\frac{15}{100}\times1000=\left(1-\frac{15}{100}\right)\times1000=850$(원)

4. 거리, 속력, 시간에 관한 문제

거리, 속력, 시간에 관한 문제는 다음 공식을 이용하여 식을 세운다.

$$(\text{거리})=(\text{속력})\times(\text{시간}),\ (\text{속력})=\frac{(\text{거리})}{(\text{시간})},\ (\text{시간})=\frac{(\text{거리})}{(\text{속력})}$$

5. 농도에 관한 문제

농도에 관한 문제는 다음 공식을 이용하여 식을 세운다.

$$(\text{녹아 있는 물질의 양})=\frac{(\text{농도})}{100}\times(\text{용액의 양})$$

$$(\text{농도})=\frac{(\text{녹아 있는 물질의 양})}{(\text{용액의 양})}\times100(\%)$$

6. 일에 관한 문제

일에 관한 문제는 일 전체를 1로 두고 단위 시간 동안 한 일에 대해 식을 세운다.

예 어떤 일을 완성하는 데 수지는 12일, 선아는 15일이 걸린다면 전체 일의 양을 1이라 할 때, 각각 1일 동안 하는 일의 양은 $\frac{1}{12}$, $\frac{1}{15}$이다.

꼼꼼 실전문제

1 다음 중 일차방정식을 모두 고르면?

① $2x-4=-2(2-x)$
② $x-6=x$
③ $x+x=2x$
④ $2x^2+4=2x^2+x+1$
⑤ $2(x^2+x+1)=2x^2+4x+1$

2 다음 중 항등식이 아닌 것을 모두 고르면?

① $5x+4x=9x$
② $3x+5=7x+8$
③ $3x+15=3(x+5)$
④ $10x+2=2+10x$
⑤ $x^2+x+1=x^2+2x+1+x$

3 다음 보기 중 방정식 $2x+10=10$을 풀 때 이용되는 등식의 성질을 바르게 고른 것은? (단, C는 자연수)

보기

Ⅰ. $A+C=B+C$
Ⅱ. $A-C=B-C$
Ⅲ. $AC=BC$
Ⅳ. $A\div C=B\div C$

① Ⅰ, Ⅲ
② Ⅱ, Ⅲ
③ Ⅱ, Ⅳ
④ Ⅲ, Ⅳ
⑤ Ⅰ, Ⅱ, Ⅲ, Ⅳ

4 다음 방정식 중 해가 다른 하나는?

① $2x-5=3$ ② $-x+4=2$ ③ $\frac{1}{2}x-3=-1$

④ $0.5x+7=9$ ⑤ $2x+1=3x-3$

5 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

① $a=b$이면 $a+c=b+c$이다. ② $a=b$이면 $a-c=b-c$이다.

③ $a=b$이면 $ac=bc$이다. ④ $a=b$이면 $a\div c=b\div c$이다.

⑤ $ac=bc$이면 $a=b$이다.

6 다음 중 옳지 않은 것은?

① $a=b$이면 $a+c=b+c$이다.

② $a+b=x+y$이면 $a-x=y-b$이다.

③ $a=b$이면 $3a=-3b$이다.

④ $\frac{a}{2}=\frac{b}{3}$이면 $3a=2b$이다.

⑤ $a+b=0$이면 $2a=-2b$이다.

7 $-3x+1$이 $10-4x$의 4배일 때, x의 값을 구하여라.

8 다섯 개의 방정식 $5-4a=7-5a$, $5b=2b-12$, $3c-4=5c+6$, $8d+5=21$, $2e+4=2(e+2)$를 참이 되게 하는 a, b, c, d, e에 대하여 다음 중 옳은 것은?

① $a=b$ ② $b=c$ ③ $c=d$
④ $d=a$ ⑤ $e=a$

9 다음 방정식 중 해가 모든 수인 것을 모두 고르면?

① $4x+5=4x+7$ ② $9x+1=8x+2$
③ $6x+7=9x+10$ ④ $3(x+1)=3x+3$
⑤ $2x+1=2(x+1)-1$

STEP C

10 $a=-3$일 때, $-a^2+an+3=0$이 되는 n의 값을 구하여라.

11 $(x+3):(3x-1)=11:3$을 만족하는 x의 값을 구하여라.

12 방정식 $|x-1|=|3-x|$의 해를 구하여라.

13 다음 방정식을 풀어라.

(1) $0.4(x+2)+0.1=0.3(x-2)$

(2) $\frac{3x-2}{2}-\frac{2x-3}{3}=\frac{7+x}{4}$

(3) $\frac{-3x+1}{2}-0.5(x-1)=1-\frac{1}{5}x$

STEP C 꼼꼼 실전문제

14 x에 대한 두 일차방정식 $2x-3=x+7$과 $3(x-m)=2(x+2)$의 해가 같을 때, 상수 m의 값을 구하여라.

15 방정식 $0.5\left\{x-\frac{1}{3}\left(\frac{1}{6}+\frac{3}{4}x\right)-1.5\right\}=\frac{1}{6}\left(-\frac{7}{6}+\frac{23}{4}x\right)$의 해를 구하여라.

16 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}=ad-bc$로 정의할 때, $\begin{vmatrix} -3 & 4 \\ 7 & 2x \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} x & -5x \\ 2 & -2 \end{vmatrix}$를 만족하는 x의 값을 구하여라.

17 방정식 $\frac{x}{3}+\frac{x}{2}=4$의 해가 m일 때, $(m+1)(m-4.8)$의 값을 구하여라.

STEP C

18 다음 x에 대한 방정식의 해가 [ ] 안의 수일 때, 상수 a의 값을 구하여라.

(1) $2x-a=3x+1$ [1]

(2) $(2+3a)(4-x)=12$ [3]

(3) $\frac{2a-x}{3}-ax=1$ [0]

(4) $3ax-\frac{2-ax}{3}=5x-4a$ [2]

19 x에 대한 방정식 $a(x-1)=x+2$를 풀어라. (단, a는 상수)

20 방정식 $5x+4y+az=19$의 해가 $(x, y, z)=(-3, 4, 2)$일 때, 상수 a의 값을 구하여라.

21 연속하는 세 자연수의 합이 198일 때, 가장 큰 수를 구하여라.

22 두 수 a, b에 대하여 $a \triangle b = ab-(a+b)$라고 약속할 때, $(3 \triangle x) \triangle 5 = 7$을 만족하는 x의 값을 구하여라.

23 $0.25(a-2x)-(2x+1)=0.5(ax-1)$의 해가 없도록 하는 상수 a의 값을 구하여라.

24 아랫변의 길이가 윗변의 길이보다 $3\,\text{cm}$가 더 길고, 높이가 $8\,\text{cm}$인 사다리꼴의 넓이는 $36\,\text{cm}^2$이다. 윗변의 길이를 구하여라.

25 연필 30자루를 사려다 1200원이 부족하여 20자루만 샀더니 1800원이 남았다. 연필 한 자루의 값을 구하여라.

26 어떤 자연수를 4배 하여 3을 더한 수는 처음 수를 6배 하여 7을 뺀 수와 같다. 처음 수를 구하여라.

27 형은 5000원, 동생은 1000원을 가지고 있다가 형이 동생에게 얼마를 주었더니 형이 가진 돈이 동생이 가진 돈의 $1\frac{1}{2}$배가 되었다. 형이 동생에게 준 돈을 구하여라.

28 정가가 15000원인 상품을 10 % 할인하여 팔았더니 원가의 20 %의 이익이 생겼다. 이때 원가를 구하여라.

29 현재 부모의 나이는 각각 51살, 49살이고, 자녀 두 명의 나이는 18살, 15살이다. 부모의 나이의 합이 자녀의 나이의 합의 2배가 되는 것은 몇 년 후인지 구하여라.

30 4회까지의 시험 점수가 각각 91점, 72점, 97점, 88점인 학생의 5회까지의 평균이 89점일 때, 5회째의 점수를 구하여라.

31 3%의 소금물과 8%의 소금물을 섞어 6%의 소금물 300g을 만들었다. 3%와 8%의 소금물의 양을 각각 구하여라.

32 닭과 돼지가 모두 12마리가 있다. 다리의 수의 합이 32개일 때, 닭과 돼지는 각각 몇 마리씩 있는지 구하여라.

33 올해의 학생 수는 작년에 비하여 8%가 증가하여 378명이 되었다. 작년의 학생 수를 구하여라.

34 두 지점 A, B를 왕복하는데 갈 때는 시속 6 km, 올 때는 시속 4 km로 걸어 5 시간이 걸렸다. A, B 사이의 거리를 구하여라.

35 가로의 길이가 5 m, 세로의 길이가 3 m인 직사각형 모양의 땅의 넓이를 48 m^2만큼 넓히려고 세로를 4 m 길게 할 때, 가로의 길이는 몇 m를 길게 하면 되는지 구하여라.

36 현재 아버지와 아들의 나이의 합은 52살이고, 지금부터 10년 후의 아버지의 나이는 아들의 나이의 3배가 된다고 한다. 현재 아버지와 아들의 나이를 각각 구하여라.

쑥쑥 발전문제

1 x에 관한 두 방정식 $3(x-5)=4(2x-3)-8$ ……①, $p(x+1)+2(q-1)-3=0$ ……②에서 ②의 해가 ①의 해의 3배일 때, 상수 p, q에 대하여 $2p+q$의 값을 구하여라.

2 $(2x+1):(3x-1)=3:4$일 때, $(2x+a):(3x-a)=4:3$을 만족하는 상수 a의 값을 구하여라.

3 $a-b=2a-3b$일 때, $\frac{4a-b}{a+b}$의 값이 x에 관한 방정식 $-3x+m=-1$의 근이다. 이때 상수 m의 값을 구하여라.

4 서로 다른 두 수 a, b에 대하여 $\ll a,\ b \gg$는 a, b 중 작은 수라 할 때, 다음을 만족하는 x의 값을 구하여라.

(1) $\dfrac{\ll 6,\ 9 \gg}{2} = \ll 5,\ 9-3x \gg$ (2) $\ll x-1,\ 3 \gg = 2x$

STEP B

5 기호 $\max\{a,\ b\}$는 두 수 a, b 중 작지 않은 수를 나타낼 때, 다음 각 경우에 대하여 방정식 $\max\{x-2,\ 3\}+\max\{5-x,\ 1\}=7$의 해를 구하여라.

(1) $x<4$ (2) $4<x<5$ (3) $x>5$

6 x에 대한 방정식 $ax-3=2x+b$가 다음 조건을 만족할 때, 상수 a, b의 값을 각각 구하여라.

(1) 해가 무수히 많다. (2) 해가 없다.

7 서로 다른 두 수 a, b에 대하여 (a, b)는 a, b 중 큰 수를, $[a, b]$는 작은 수를 나타낼 때, $(x-2, x-1)-[2x+1, 2x-3]=(1, 4)$를 만족하는 x의 값을 구하여라.

8 일의 자리의 숫자가 4인 두 자리의 자연수가 있다. 이 수에서 십의 자리와 일의 자리의 숫자를 바꾼 수를 빼면 36이 된다. 이 두 자리의 자연수를 구하여라.

9 길이가 320 cm인 끈으로 직사각형을 만들려고 한다. 가로의 길이를 세로의 길이보다 30 cm 길게 하려고 할 때, 가로의 길이를 구하여라.

10 3%의 소금물 100 g, 6%의 소금물 200 g, 물 x g을 혼합하여 2%의 소금물을 만들었다. 이때 넣은 물의 양을 구하여라.

11 어떤 분수 A를 기약분수로 나타내면 $\frac{4}{9}$이고, 분수 A의 분자에 16을 더하고 분모에서 15를 뺀 것은 $\frac{2}{3}$와 같다. 어떤 분수 A를 구하여라.

12 현재까지 지수는 47000원, 연지는 71000원을 저금하였다. 다음 달부터 매월 지수는 15000원, 연지는 5000원씩 저금을 한다면 몇 달 후에 지수의 저금액이 연지의 저금액의 2배가 되는지 구하여라.

13 4.5 km 떨어진 곳을 가는데 처음에는 분속 60 m로 걷다가 도중에 분속 90 m로 걸었더니 1시간이 걸렸다. 속력을 바꾼 곳에서 도착한 곳까지의 거리는 몇 km인지 구하여라.

14 승현이가 A가게에서 가진 돈의 $\frac{1}{3}$을 쓰고, B가게에서는 600원을 썼다. 또, C가게에서는 남은 돈의 $\frac{1}{2}$을 쓰고 200원이 남았다면 처음에 가졌던 돈은 얼마인지 구하여라.

15 재열이가 등산을 하는데 올라갈 때는 시속 4km로 걷고, 내려올 때는 올라갈 때보다 3km가 먼 길을 시속 5km로 걸어 총 5시간이 걸렸다. 재열이가 걸은 거리는 총 몇 km인지 구하여라.

16 원가가 5000원인 물건에 20%의 이익을 붙여 정가를 정했으나 물건이 팔리지 않아 400원의 이익만 보고 팔려고 한다. 정가에서 몇 %를 할인해 주었는지 구하여라.

17 2시와 3시 사이에 시계의 시침과 분침이 서로 반대 방향으로 일직선을 이루는 시각을 구하여라.

18 어느 박물관의 입장료는 어른이 750원, 어린이가 350원이다. 어느 날 입장한 사람의 수는 어른과 어린이를 모두 합해서 520명이었고, 입장료의 합계는 271200원이었다. 입장한 어린이는 모두 몇 명인지 구하여라.

STEP B

19 둘레의 길이가 40 cm인 직사각형의 가로와 세로의 길이의 비가 3 : 2일 때, 이 직사각형의 넓이를 구하여라.

20 동생이 가진 돈과 형이 가진 돈의 비는 3 : 4이고, 동생의 돈과 형의 돈을 합하여 10000원짜리 물건을 사면 500원이 남는다고 한다. 동생과 형이 가지고 있는 돈을 각각 구하여라.

21 시속 15 km로 달리는 자전거가 출발한 지 3시간 후에 같은 출발점에서 시속 60 km로 달리는 자동차가 같은 방향으로 출발하였다. 자동차가 출발한 지 몇 시간 후에 자전거와 만나게 되는지 구하여라.

22 원가에 40 %의 이익을 붙여 정가를 정한 어떤 상품이 팔리지 않아 정가의 20 %를 할인하여 팔았더니 2640원의 이익이 생겼다. 이 상품의 원가를 구하여라.

23 오른쪽 그림과 같이 1에서 100까지의 자연수를 나열하여 가로 3개, 세로 2개의 수 6개를 묶었다. 이와 같은 방법으로 묶은 6개의 수의 합이 513이 될 때, 이 6개의 수를 구하여라.

1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31	·	·	·	·
·	·	·	·	·	·	·
·	·	94	95	96	97	98
99	100					

24 A에서 B를 거쳐 C로 가는 길이 있다. A에서 B까지는 자전거로 시속 20 km, B에서 C까지는 시속 4 km로 걸어 총 3시간이 걸렸다. A에서 B까지의 거리가 B에서 C까지의 거리보다 6 km가 더 길 때, A에서 C까지의 거리를 구하여라.

25 둘레의 길이가 450 m인 원형 트랙이 있다. 선예와 지호가 동시에 출발선을 출발하여 같은 방향으로 12분 동안 자전거를 타고 달렸다. 선예와 지호가 각각 12 m/초, 9 m/초의 일정한 속도로 달린다면 12분 동안 선예가 지호를 몇 번 추월하였는지 구하여라.

26 어떤 일을 완성하는데 지현이는 20시간, 윤서는 16시간이 걸린다고 한다. 이 일을 지현이와 윤서가 5시간 동안 같이 일을 하다가 윤서가 혼자 일을 하게 되었다. 이 일을 완성하려면 윤서가 혼자서 몇 시간 더 일해야 하는지 구하여라.

27 어느 중학교의 작년도 입학시험에서 수험자 수는 합격자 수의 2.5배였다. 합격자의 평균은 수험자 전체의 평균보다 15점이 높았고, 불합격자의 평균은 40점이었다. 합격자의 평균을 구하여라.

28 어느 버스 회사에서 버스 요금을 23 % 인상하였더니 요금 인상 후 승객은 감소하였는데 수입은 인상 전보다 11 %가 증가하였다. 이때 승객은 약 몇 % 감소하였는지 반올림하여 소수점 아래 첫째 자리까지 구하여라.

29 소년합창단에서 형이 있는 학생 수는 전체의 $\frac{5}{7}$, 동생이 있는 학생 수는 전체의 $\frac{4}{7}$, 형과 동생이 모두 있는 학생 수는 형이 있는 학생 수의 $\frac{3}{5}$이라고 한다. 형도 동생도 없는 학생 수가 20명일 때, 이 합창단의 전체 학생 수를 구하여라.

30 형이 집에서 $1\,\mathrm{km}$ 떨어진 역을 향해 출발한 지 10분 후에 동생이 자전거로 형을 따라갔다. 형은 분속 $80\,\mathrm{m}$로 걷고 동생은 분속 $280\,\mathrm{m}$로 달렸다고 할 때, 동생이 형을 따라잡는 것은 집에서 출발한 지 몇 분 후인지 구하여라.

STEP B

31 농도가 각각 $10\,\%$, $6\,\%$인 설탕물을 섞어서 $300\,\mathrm{g}$의 설탕물을 만들었다. 여기에 설탕 $20\,\mathrm{g}$을 더 넣었더니 농도가 $12\,\%$인 설탕물이 되었다. 이때 $10\,\%$와 $6\,\%$의 설탕물의 양을 각각 구하여라.

32 몇 명의 학생이 사탕을 나누어 가지는데 민아는 1개와 나머지의 $\frac{1}{7}$을 갖고, 예림이는 2개와 나머지의 $\frac{1}{7}$, 현우는 3개와 나머지의 $\frac{1}{7}$을 가졌고, 남은 사탕도 나머지 학생이 모두 나누어 가졌다. 학생들이 가진 사탕 수가 모두 같을 때, 사탕의 총 개수, 학생 한 명이 가진 사탕의 개수, 학생 수를 각각 구하여라.

1 방정식 $|3x+|x-3||=5$의 해의 합을 구하여라.

2 $x+1=|x|+|x-3|$을 만족하는 x의 값의 합을 구하여라.

3 두 수 a, b에 대하여 $\langle a, b\rangle=ax+b$로 약속할 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) □ 안에 알맞은 것을 써넣어라.

① $\langle a, b\rangle+\langle c, d\rangle=\langle \square, \square\rangle$

② $a\langle c, d\rangle=\langle \square, \square\rangle$

③ $\langle a, b\rangle=\langle c, d\rangle$일 때, $a=\square$, $b=\square$이다.

(2) $\langle 3, -7\rangle=-1$이 성립할 때, $\langle 1, 0\rangle=2$가 성립함을 보여라.

(3) $2\langle 1, 0\rangle=\langle 0, 11\rangle-\langle -1, 1\rangle$이 성립할 때, $\langle 1, 0\rangle$의 값을 구하여라.

4 한 모서리의 길이가 a cm인 정육면체의 각 면에는 1에서 6까지의 수가 쓰여 있고, 한 모서리의 길이가 $2a$ cm인 정육면체의 각 면에는 7에서 12까지, 한 모서리의 길이가 $3a$ cm인 정육면체의 각 면에는 13에서 18까지의 수가 쓰여져 있다. 이와 같은 규칙으로 한 모서리의 길이가 na cm인 정육면체의 각 면에 수가 쓰여져 있을 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) 한 모서리의 길이가 na cm인 정육면체의 각 면에 쓰여진 수의 합을 구하여라.

(2) 정육면체의 여섯 면에 쓰여진 수의 합이 597일 때, 이 정육면체의 한 모서리의 길이를 a를 사용하여 나타내어라.

5 어떤 상품을 정가의 10 %를 할인하여 팔면 400원의 이익이 있고, 25 %를 할인하여 팔면 500원의 손해가 있다고 한다. 이 상품의 정가와 원가를 각각 구하여라.

6 8 %의 소금물 200 g에서 한 컵의 소금물을 떠내고, 떠낸 양만큼의 물을 부은 다음 다시 2 %의 소금물을 넣었더니 3 %의 소금물 320 g이 되었다. 이때 컵으로 떠낸 소금물의 양을 구하여라.

STEP A

7 다음 [표 2]는 [표 1]의 각 행에 일정한 수를 곱한 후 각 열에 일정한 수를 더한 것이다. A행에 곱한 수가 3일 때, ①, ②, ③, ④의 값을 각각 구하여라.

	a열	b열	c열	
A행	10	-3	4	$\times 3$
B행	①	6	-2	$\times x$
C행	6	②	1	$\times y$
	$+e$	$+f$	$+g$	

[표 1]

	a열	b열	c열
A행	33	-11	③
B행	5	1	3
C행	④	30	8

[표 2]

8 강당의 긴 의자에 학생이 4명씩 앉으면 12명이 남고, 5명씩 앉으면 의자 20개가 남고 마지막 한 의자에는 3명이 앉는다고 한다. 학생 수와 의자의 개수를 각각 구하여라.

9 한 원 위를 두 점 P, Q가 각각 일정한 속력으로 서로 반대 방향으로 돌고 있다. P, Q가 한 바퀴 도는 데 걸리는 시간이 각각 30초, 70초일 때, 처음 만나고 나서 두 번째로 다시 만날 때까지 걸린 시간을 구하여라.

10 자전거로 집에서 역까지 가는데 시속 16 km로 가면 지하철이 출발하기 15분 전에 도착하고, 시속 9.6 km로 가면 지하철이 출발한 지 15분 후에 도착한다고 한다. 지하철이 출발하기 10분 전에 도착하려면 시속 몇 km로 가야 되는지 구하여라.

11 채린이와 민우가 가위바위보를 하여 이긴 사람은 3점을 득점하고, 진 사람은 1점을 감점한다고 한다. 30회를 실시한 결과 채린이가 민우보다 8점이 높았을 때, 채린이와 민우의 득점을 각각 구하여라. (단, 비기는 경우는 제외한다.)

12 어느 학급에서 학생 45명이 수학과 영어 시험을 본 결과 두 과목 모두 80점 이상인 학생은 8명, 두 과목 모두 80점 미만인 학생은 12명이었다. 또, 영어가 80점 이상인 학생은 수학이 80점 이상인 학생보다 5명 많았을 때, 수학이 80점 이상인 학생 수를 구하여라.

13 A용기에는 8%의 소금물 200g, B용기에는 12%의 소금물 300g이 들어 있다. A, B에서 같은 양의 소금물을 떠내어 서로 바꾸어 부었더니 두 용기의 소금물의 농도는 같아졌다. A, B에서 떠낸 소금물의 양을 구하여라.

14 둘레가 2000m인 운동장에서 현아와 동욱이가 서로 반대 방향으로 달리고 있다. 현아는 분속 300m, 동욱이는 분속 100m로 달리고, 현아는 동욱이가 출발한 지 4분 후에 동욱이가 출발한 지점에서 출발하였다. 다음 물음에 답하여라.

(1) 현아와 동욱이가 처음으로 만날 때까지 걸린 시간은 각각 출발한 지 몇 분 후인지 구하여라.

(2) 현아와 동욱이가 5번 만날 때까지 현아가 달린 거리를 구하여라.

15 4시와 5시 사이에서 시계의 분침과 시침이 이루는 각 중 작은 각의 크기가 90°가 되는 시각을 구하여라. 또, 겹쳐질 때의 시각을 모두 구하여라.

16 지승이가 초콜릿 한 상자를 선물 받았는데 받자마자 전체의 $\frac{1}{6}$의 초콜릿을 먹고 오정이 형에게 전체의 $\frac{1}{8}$을, 기준이 형에게 4개를 주고, 엄마와 아빠께는 각각 전체의 $\frac{1}{12}$씩 드리고 놀러 나갔다. 나갔다 들어와보니 윤지 누나가 전체 초콜릿의 $\frac{1}{3}$을 먹어버렸고, 지승이는 울면서 남은 초콜릿을 먹었다. 윤지 누나가 지승이보다 3개의 초콜릿을 더 먹었다고 할 때, 전체 초콜릿은 몇 개인지 구하여라.

17 60명 중에서 불합격자가 20명인 시험의 최저 합격 점수는 60명의 평균보다 5점이 낮고, 합격자의 평균보다는 30점이 낮았다. 또, 불합격자의 평균의 2배보다는 2점이 낮다고 할 때, 최저 합격 점수를 구하여라.

18 파란색과 빨간색이 5 : 6으로 섞인 물감 290 g과 파란색과 빨간색이 10 : 1로 섞인 물감 1380 g이 있다. 이 두 물감을 이용하여 파란색과 빨간색이 5 : 1로 섞인 물감을 만들 때, 최대 몇 g이나 만들 수 있는지 구하여라.

19 길이가 700 m인 터널을 완전히 통과하는 데 1분, 1600 m인 다리를 완전히 건너는 데 2분 걸리는 기차 A가 있다. 속력을 모르는 기차 B와 기차 A가 900 m 떨어진 지점에서 마주 보고 동시에 달려오기 시작하여 기차의 앞부분이 스치는 순간까지 20초가 걸렸을 때, 기차 B의 속력은 분속 몇 m인지 구하여라.

20 거리가 90 km 떨어진 두 정거장에서 시속 60 km로 달리는 자동차와 시속 50 km로 달리는 자동차가 마주 보고 동시에 출발했다. 같은 시각에 평균 시속 70 km인 벌이 한 자동차의 앞유리에서 출발하여 마주 오는 자동차의 앞유리까지 두 자동차 사이를 왕복하여 날고 있다. 두 자동차가 만날 때까지 이 벌이 날아다닌 거리는 몇 km인지 구하여라.

21 다음과 같은 규칙에 의해 제품을 운반하는 회사에서 대형트럭과 소형트럭을 합하여 15대를 1회만 동시에 사용하여 운송 요금의 합계가 50만 원이 되도록 했을 때, 몇 개의 제품을 운반할 수 있는지 구하여라.

〈규칙 1〉 1회 운반하는 제품의 개수는 대형트럭 한 대는 30개, 소형트럭 한 대는 20개이다.
〈규칙 2〉 1회 운반 시 운송 요금은 대형트럭 한 대는 4만 원, 소형트럭 한 대는 3만 원이다.

22 돼지를 사육하는데 6개월마다 돼지의 수는 20 %씩 증가한다고 한다. 처음에 돼지 몇 마리를 사서 6개월 후와 1년 후에 각각 432마리씩 팔았더니 1년 6개월 후에는 432마리가 남았다. 맨 처음에 샀던 돼지의 수를 구하여라.

23 어느 학교의 작년도 전체 학생 수는 1150명이었다. 올해에는 남학생 수가 작년보다 3 % 감소하고, 여학생 수가 2 % 증가하여 전체 학생 수는 1143명이었다. 올해의 남학생과 여학생의 수를 각각 구하여라.

24 윤아와 태인이가 공동으로 사업을 경영하는데 윤아는 1월에 250만 원을, 다음 달부터는 전월보다 x만 원씩 감소시켜 8월까지 투자하고, 태인이는 3월에 처음으로 y만 원을, 다음 달부터는 전월보다 40만 원씩 증가시켜 8월까지 투자하였다. 8월까지의 윤아와 태인이의 투자액이 1440만 원으로 같을 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) x, y를 각각 구하여라.

(2) 윤아의 6월까지의 투자액의 합계와 태인이의 6월까지의 투자액의 합계를 가장 간단한 정수의 비로 나타내어라.

25 A, B 두 개의 컵에 각각 $a\%$, $b\%$의 소금물이 100 g씩 들어 있다. B에서 20 g을 떠내어 버리고, A에서 20 g을 떠내어 B에 섞은 후 A에는 20 g의 물을 넣었다. 이와 같은 방법을 한 번 더 반복하여 A, B의 농도가 8 %로 같아졌을 때, a와 b의 값을 각각 구하여라.

26 동서로 뻗어 있는 도로에 역과 우체국이 있고, 우체국은 역에서 동쪽으로 1500 m 떨어진 지점에 있다. 재희는 오전 7시 50분에 역을 출발하여 동쪽으로 분속 70 m로 걷고, 예원이는 오전 8시에 우체국을 출발하여 서쪽으로 분속 130 m로 걷기 시작했다. 역이 재희의 위치와 예원이의 위치의 정중앙이 될 때의 시각을 구하여라.

27 1시간에 $10\,\mathrm{m}^3$의 물을 넣는 펌프로 물탱크에 물을 넣기 시작한 지 1시간 만에 펌프가 고장이 나서 물을 넣는 것을 중단하고 수리하였다. 수리 후에는 고장나기 전보다 물의 양을 20 %만큼 증가시켜 물을 넣었다. 물탱크의 부피를 $x\,\mathrm{m}^3$라 할 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) 펌프 수리 후부터 물탱크에 물이 가득찰 때까지 걸리는 시간을 x를 사용하여 나타내어라.

(2) 펌프 수리에 50분이 걸렸을 때, 처음 예정 시간보다 10분이 더 걸렸다고 한다. x에 대한 방정식을 세워 물탱크의 부피를 구하여라.

28 현재 시연이의 나이의 4배와 아버지의 나이의 40배의 합이 2304이고, 3년 뒤에는 아버지의 나이가 시연이의 나이의 두 배가 된다. 이때 아버지와 시연이의 현재 나이는 각각 몇 살인지 구하여라.

29 1일 사용료가 오른쪽 표와 같은 테니스 코트를 토요일이나 일요일이 6일이 낀 18일을 빌렸다. 18일 중 A테니스 코트를 8일, B테니스 코트를 10일 빌렸고, 총 사용료가 70000원이었다. A테니스 코트를 사용한 8일 중 토요일이나 일요일은 모두 며칠인지 구하여라.

코트 \ 요일	토요일 일요일	평일
A	6000원	4000원
B	4000원	3000원

STEP A

30 은지가 독서실에 도착하니 오후 5시와 6시 사이에 시계의 시침과 분침이 겹쳐져 있었다. 공부를 끝내고 독서실을 나올 때 시계를 보니 오후 9시와 10시 사이에 시침과 분침이 일직선이었다. 은지가 독서실에서 공부한 시간을 구하여라.

1 다음 중 방정식 $2012x-2011y=28157$를 만족하는 자연수 x, y의 값은?

① $\begin{cases} x=2101 \\ y=2004 \end{cases}$ ② $\begin{cases} x=4236 \\ y=3998 \end{cases}$ ③ $\begin{cases} x=4025 \\ y=4013 \end{cases}$

④ $\begin{cases} x=5423 \\ y=5211 \end{cases}$ ⑤ $\begin{cases} x=10134 \\ y=9896 \end{cases}$

2 수련회를 간 선아네 학교 학생들이 1반부터 순서대로 장소 이동을 하고 있는데 행렬의 길이는 1 km였다. 마지막 반의 반장인 선아는 행렬의 가장 끝에서 가고 있었는데 행렬의 제일 앞에 있는 1반 반장에게 전할 말이 있어 행렬의 이동속도의 3배로 행렬의 이동방향과 같은 방향으로 따라가 말을 전했다. 말을 전한 자리에서 1시간 30분 동안 기다렸더니 선아의 처음 자리인 행렬의 끝에 왔다고 할 때, 선아가 움직인 거리를 구하여라.

3 일정한 속도로 운행하는 지하철의 선로를 따라 시속 4 km로 걷고 있는 사람이 있다. 이 사람은 9분마다 지하철에 추월당하고, 6분마다 마주 오는 지하철과 만난다고 한다. 이때 이 지하철의 속력은 시속 몇 km인지 구하여라. 또, 지하철은 몇 분 간격으로 운행되는지 구하여라.

4 선희는 30장의 문서를 컴퓨터 파일로 옮기는 데 2시간 30분이 걸린다. 어느 날 선희와 지민이가 교수님의 부탁으로 100장의 문서를 컴퓨터 파일로 함께 옮기고 나니 총 5시간이 걸렸다. 다음 날 40장의 문서를 더 옮기라는 부탁을 받은 그들은 오전 9시부터 둘이 함께 문서를 옮기고 있었는데 사무실이 정전이 되서 30분간 작업을 할 수 없었다. 다시 전기가 들어왔을 때는 그 동안 한 작업이 모두 날아가서 처음부터 일을 시작하였다. 둘이 함께 1시간 동안 옮긴 후 지민이 혼자 남은 문서를 모두 옮기고 시계를 보니 오후 2시가 되었다. 이때 정전이 되기 전까지 두 사람이 옮긴 문서의 양이 얼마인지 구하여라.


리틀렉스~
, 쉼표하나

글·그림 김인하


시간을 돌려드립니다.
타임컴퍼니
어떻게 오셨죠?
저기...
제가 영희에게 좋아한다고 고백을 해 버렸어요. 그 문자를 보내는게 아니었는데...
음...
과거로 돌아가 문자를 보내고 싶지 않다는 거군요.
네! 그뒤로 답장도 없고 절 피하고 있어요~
그렇다면 잘 오셨습니다.
자~ 보세요 이게 바로 양성자 가속기!
뭐. 뭐죠?
부르르
이것은 빛의 속도에 99.99%의 속도를 냈으나 우리 회사에서 드디어 빛의 속도를 100% 따라잡았어요!
그래서 과거로의 시간여행이 가능!!
보낸 문자는 걱정 말아요!
대단해~
위이이이잉~
자. 당신을 과거로 보냅니다.
1일전 과거로 온 철희
자. 이제 영희 핸드폰을 뺏어서 문자를 지워요!
메시지 도착했습니다
켁!
낚였다!
뭐.뭐야! 과학적이라더니 원시적이잖아.

05

함수

I'm A class-math

핵심요약정리

1 정비례와 반비례

1. 정비례

(1) 정비례 : 변하는 두 양 x, y에서 x의 값이 2배, 3배, 4배, …가 되면 y의 값도 2배, 3배, 4배, …가 되는 관계가 있을 때, y는 x에 정비례한다고 한다.

(2) 정비례의 관계식 : $\boldsymbol{y=ax\,(a\neq 0)}$

(3) $y=ax\,(a\neq 0)$에서 $\frac{y}{x}\,(x\neq 0)$는 일정한 값을 갖는다.

2. 반비례

(1) 반비례 : 변하는 두 양 x, y에서 x의 값이 2배, 3배, 4배, …가 되면 y의 값은 $\frac{1}{2}$배, $\frac{1}{3}$배, $\frac{1}{4}$배, …가 되는 관계가 있을 때, y는 x에 반비례한다고 한다.

(2) 반비례의 관계식 : $\boldsymbol{y=\frac{a}{x}\,(a\neq 0,\ x\neq 0)}$

(3) $y=\frac{a}{x}\,(a\neq 0,\ x\neq 0)$에서 xy는 일정한 값을 갖는다.

2 함수와 함숫값

1. 변수

변하는 두 양을 나타낸 x, y와 같이 여러 가지로 변하는 값을 나타내는 문자를 **변수**라 한다.

2. 함수

두 변수 x, y에 대하여 x의 값이 결정되면 y의 값이 오직 하나로 결정되는 관계가 있을 때, y를 x의 **함수**라 하고 기호로는 $\boldsymbol{y=f(x)}$와 같이 나타낸다.

(1) x와 y 사이의 관계가 정비례 관계인 경우 함수이다.

(2) x와 y 사이의 관계가 반비례 관계인 경우 함수이다.

(3) x와 y 사이의 관계가 x에 대한 일차식인 경우 함수이다.

예 $y=2x+1$에서 x의 값이 하나 정해지면 y의 값이 하나로 정해지므로 함수이다.

참고] 함수가 아닌 경우

$y=(x$의 약수$)$에서 $x=2$일 때 2의 약수는 1, 2로 x의 값 하나에 대하여 y의 값은 하나로 정해지지 않으므로 y는 x의 함수가 아니다.

3. 함숫값

함수 $y=f(x)$에서 x의 값에 의해 정해지는 y의 값을 x의 **함숫값**이라고 한다.

예 함수 $f(x)=2x$에서 x에 1을 대입하면 $f(1)=2\times1=2$이다. 이때의 $f(1)$의 값 2를 $x=1$에서의 함숫값이라고 한다.

3 순서쌍과 좌표평면

1. 수직선 위의 점의 좌표

(1) 수직선 위의 한 점에 대응하는 수를 그 점의 좌표라고 한다.

(2) 수직선에서 점 P의 좌표가 a일 때, 기호로 $\mathrm{P}(a)$와 같이 나타낸다.

(3) 수직선 위에서 좌표가 0인 점을 원점 O라 한다.

2. 순서쌍 : 두 수의 순서를 정하여 짝으로 나타낸 것

참고] 순서쌍은 두 수의 순서를 생각한 것이므로 순서를 바꾼 (a, b)와 (b, a)는 서로 다르다. (단, $a\neq b$)

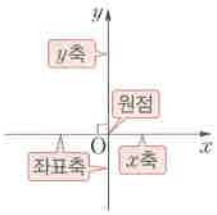
3. 좌표평면

두 수직선이 점 O에서 수직으로 만나게 그릴 때

(1) x축 : 가로의 수직선
y축 : 세로의 수직선 } 좌표축

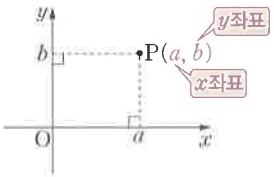
(2) 원점 : 두 좌표축이 만나는 점 O

(3) 좌표평면 : 좌표축이 그려져 있는 평면



4. 좌표평면 위의 점의 좌표

좌표평면 위의 점 P에서 x축, y축에 각각 수선을 긋고 이 수선이 x축, y축과 만나는 점에 대응하는 수를 각각 a, b라 할 때, 순서쌍 (a, b)를 점 P의 좌표라 하고, 기호로 $\mathrm{P}(a, b)$와 같이 나타낸다. 이때 a를 점 P의 x좌표, b를 점 P의 y좌표라 한다.

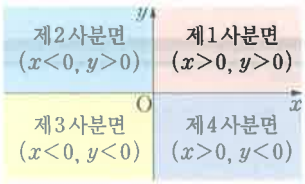


4 사분면

1. 사분면

(1) 좌표평면은 좌표축에 의하여 네 부분으로 나누어지고 이들을 각각 제1사분면, 제2사분면, 제3사분면, 제4사분면이라 한다.

(2) 좌표축 위의 점은 어느 사분면에도 속하지 않는다.

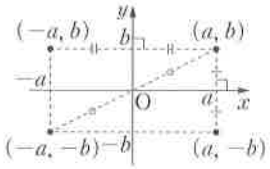


2. 각 사분면에 속하는 점의 좌표의 부호

(x, y)	제1사분면	제2사분면	제3사분면	제4사분면
x좌표	$+$	$-$	$-$	$+$
y좌표	$+$	$+$	$-$	$-$

5 대칭인 점의 좌표

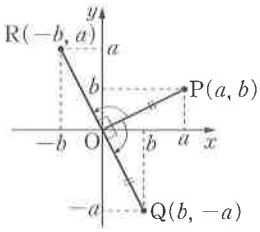
1. 점 (a, b)와 x축에 대하여 대칭인 점의 좌표 : $(a, -b)$
2. 점 (a, b)와 y축에 대하여 대칭인 점의 좌표 : $(-a, b)$
3. 점 (a, b)와 원점에 대하여 대칭인 점의 좌표 : $(-a, -b)$



참고 x축에 대하여 대칭이면 x좌표는 변하지 않고 y좌표의 부호만 반대로 바뀌고, y축에 대하여 대칭이면 y좌표는 변하지 않고 x좌표의 부호만 반대로 바뀐다.

6 회전이동시킨 점의 좌표

1. 점 $P(a, b)$를 원점 O를 중심으로 하여 시계 방향으로 90° 회전이동시킨 점 Q의 좌표 : $Q(b, -a)$
2. 점 $P(a, b)$를 원점 O를 중심으로 하여 시계 반대 방향으로 90° 회전이동시킨 점 R의 좌표 : $R(-b, a)$



7 함수 $y=ax\,(a\neq0)$의 그래프

1. 함수의 그래프

함수 $y=f(x)$에서 변수 x와 그의 함숫값 y의 순서쌍 (x, y)를 좌표로 하는 모든 점을

좌표평면 위에 나타낸 것을 그 **함수의 그래프**라고 한다.

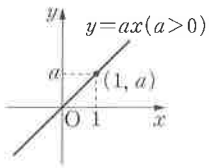
2. 함수 $y=ax\,(a\neq0)$의 그래프

함수 $y=ax\,(a\neq0)$의 그래프는 원점을 지나는 직선이다.

(1) $a>0$일 때

① 그래프는 오른쪽 위(↗)로 향하는 직선이고 제1사분면과 제3사분면을 지난다.

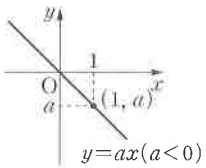
② x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.



(2) $a<0$일 때

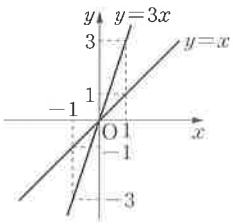
① 그래프는 오른쪽 아래(↘)로 향하는 직선이고 제2사분면과 제4사분면을 지난다.

② x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.



(3) $|a|$가 작을수록 x축에 가까워지고, $|a|$가 클수록 y축에 가까워진다.

예 두 함수 $y=x$와 $y=3x$에서 $|1|<|3|$이므로 $y=x$가 x축에 가깝고 $y=3x$가 y축에 가깝다.



3. 함수 $y=ax\,(a\neq0)$의 그래프 그리기

함수 $y=ax\,(a\neq0)$의 그래프는 원점을 지나는 직선이므로 원점과 이 그래프가 지나는 원점 이외의 한 점을 찾아 두 점을 직선으로 연결한다.

참고] 함수 $y=ax\,(a\neq0)$에서 x의 값이 주어지지 않은 경우 x의 값은 모든 수인 것으로 생각한다.

8 함수 $y=\frac{a}{x}\,(a\neq0,\ x\neq0)$의 그래프

1. 함수 $y=\frac{a}{x}\,(a\neq0,\ x\neq0)$의 그래프

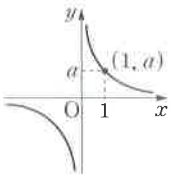
함수 $y=\frac{a}{x}\,(a\neq0,\ x\neq0)$의 그래프는 원점에 대하여 대칭이고 좌표축에 가까워지면

서 한없이 뻗어 나가는 한 쌍의 매끄러운 곡선이다.

(1) $a>0$일 때

① 그래프는 제1사분면과 제3사분면을 지난다.

② 각 사분면에서 x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.



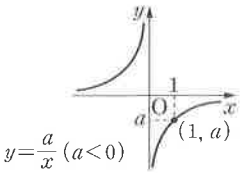
$y=\frac{a}{x}\,(a>0)$

(2) $a<0$일 때

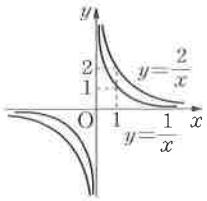
① 그래프는 제2사분면과 제4사분면을 지난다.

② 각 사분면에서 x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.

(3) $|a|$가 작을수록 좌표축에 가까워진다.



예 두 함수 $y=\frac{1}{x}$과 $y=\frac{2}{x}$에서 $y=\frac{1}{x}$이 좌표축에 더 가깝다.



2. 함수 $y=\frac{a}{x}(a\neq0,\ x\neq0)$의 그래프 그리기

함수 $y=\frac{a}{x}(a\neq0,\ x\neq0)$의 그래프는 이 곡선이 지나는 점 몇 개를 찾아 좌표평면 위에 나타낸 다음 축에 닿지 않도록 이 점들을 매끄러운 곡선으로 연결한다.

참고 함수 $y=\frac{a}{x}(a\neq0,\ x\neq0)$에서 x의 값이 주어지지 않은 경우 x의 값은 0이 아닌 모든 수인 것으로 생각한다.

9 함수의 활용

함수 $y=ax\,(a\neq0)$ 또는 $y=\frac{a}{x}(a\neq0,\ x\neq0)$를 활용하여 문제를 푸는 순서는 다음과 같다.

1. 변하는 두 양을 변수 x, y로 놓는다.
2. x, y가 서로 정비례하거나 반비례하는지 알아보고 두 양 x, y 사이의 관계를 함수 $y=ax$ 또는 $y=\frac{a}{x}$의 꼴로 나타낸다.
3. 관계식 $y=ax$ 또는 $y=\frac{a}{x}$로부터 필요한 값을 구한다.
4. 구한 값이 문제의 조건에 맞는지 확인한다.

예 한 개에 800 g인 복숭아가 있다. 이 복숭아 17개의 무게를 구하여라.

(1) 복숭아 x개의 무게를 y g이라 하자.

(2) 한 개에 800 g이므로 복숭아 x개의 무게는 $800x$ g이다. $y=800x$

(3) $y=800x$에 $x=17$을 대입하면 $y=800\times17=13600$

(4) 따라서 복숭아 17개의 무게는 13600 g이다.

꼼꼼 실전문제

1 점 $A(a, b)$가 원점이 아닌 y축 위의 점일 때, a, b에 대한 설명으로 옳은 것은?

① $a \neq 0$, $b \neq 0$ ② $a=0$, $b=0$ ③ $a=0$, $b \neq 0$
④ $a \neq 0$, $b=0$ ⑤ $a=b$

2 점 $P(a, b)$가 제4사분면의 점일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $a>0$, $b>0$ ② $a<0$, $b>0$ ③ $a<0$, $b<0$
④ $a>0$, $b<0$ ⑤ $a<0$, $b=0$

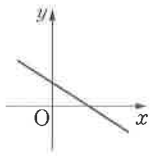
3 함수 $f(x)=5x-\frac{3}{4}$에 대하여 $f(-1)$, $2f(2)$의 값을 각각 구하여라.

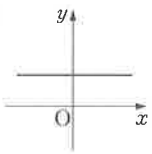
4 다음 중 함수 $y=-\frac{12}{x}$의 그래프 위에 있지 않은 점을 모두 고르면?

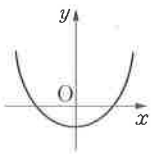
① $(-6, 2)$ ② $(3, -4)$ ③ $(1, 12)$
④ $(24, -0.5)$ ⑤ $(12, 1)$

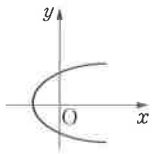
5 함수 $f(x)=-\frac{42}{x}+1$에 대하여 $f(6)=a$일 때, $f(a)$의 값을 구하여라.

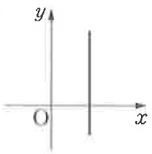
6 다음 중 함수의 그래프가 아닌 것을 모두 고르면?

①


②


③


④


⑤


7 함수 $f(x)=ax+2$에서 $f(3)=11$일 때, 상수 a의 값을 구하여라.

8 다음 중 y가 x의 함수가 아닌 것은?

① 한 변의 길이가 $x$cm인 정사각형의 둘레의 길이 $y$cm
② 자연수 x와 x보다 작은 소수의 개수 y개
③ 자연수 x와 서로소인 수 y
④ 시속 $x$km로 5시간 동안 달린 거리 $y$km
⑤ 자연수 x를 2로 나눈 나머지 y

9 점 $A(1, -2)$와 원점에 대하여 대칭인 점의 좌표를 구하여라.

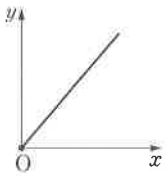
10 함수 $f(x)=12-\frac{24}{x}$에서 함숫값이 0이 되는 x의 값을 구하여라.

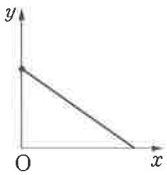
11 함수 $f(x)=3x-1$에서 $f(a)=-16$일 때, a의 값을 구하여라.

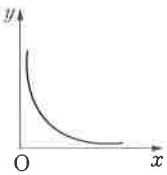
12 점 $P(a, -b)$가 제2사분면 위의 점일 때, 점 $P'(-a, -b)$는 제 몇 사분면 위의 점인지 구하여라.

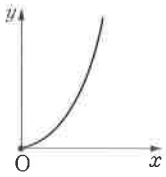
13 점 $P(a+b, ab)$가 제2사분면 위의 점일 때, 점 $Q(-b, a)$는 제 몇 사분면 위의 점인지 구하여라.

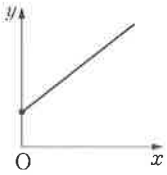
14 다음 중 $x>0$인 함수 $y=\frac{a}{x}(a>0)$의 그래프로 옳은 것은?

① 

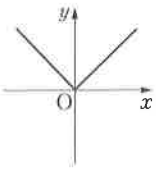
② 

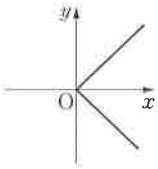
③ 

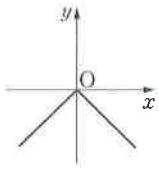
④ 

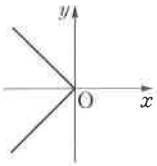
⑤ 

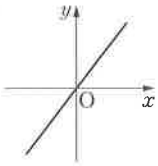
15 다음 중 함수 $y=-|x|$의 그래프로 옳은 것은?

①


②


③


④


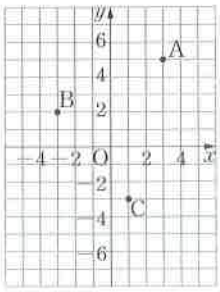
⑤


16 두 함수 $f(x)=-4x+1$, $g(x)=\frac{35}{x}$에 대하여 $f\left(-\frac{7}{2}\right)\times g(5)$의 값을 구하여라.

17 오른쪽 좌표평면을 보고 물음에 답하여라.

(1) 세 점 A, B, C의 좌표를 기호로 나타내어라.

(2) 세 점 D(2, −5), E(0, 4), F(−5, −4)를 좌표평면 위에 나타내어라.



18 두 점 $A(-4, 2)$, $B(8, 12)$를 이은 선분의 한 가운데에 있는 점의 좌표를 구하여라.

19 함수 $y=ax\ (a\neq0)$의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

① 원점을 지나는 직선이다.
② $a>0$이면 제1, 3사분면을 지난다.
③ a의 절댓값이 작을수록 x축에서 멀어진다.
④ $a<0$일 때, x의 값이 커지면 y의 값은 작아진다.
⑤ $0<|a|<1$이면 x축보다 y축에 가깝다.

20 함수 $y=-\frac{3}{8}x$의 그래프가 점 $(a, 6)$을 지날 때, a의 값을 구하여라.

21 함수 $f(x)=|-x+2|$에 대한 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

① $f(-2)<f(-1)$ ② $f(0)=0$ ③ $f(1)=f(-1)$
④ $f(2)<f(1)$ ⑤ $f(2)=0$

22 함수 $f(x)$에 대하여 $f(x)=(x$의 약수의 개수$)$일 때, 함숫값으로 옳지 않은 것을 모두 고르면?

① $f(1)=f(5)=1$
② $f(2)=f(3)=2$
③ $f(4)=f(9)=3$
④ $f(8)=f(10)=4$
⑤ $f(7)=f(6)=4$

23 함수 $y=\frac{7}{9}x$의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

① 점 $(-27,\ -21)$을 지난다.
② 제1, 3사분면을 지난다.
③ 원점을 지나는 직선이다.
④ 함수 $y=x$의 그래프보다 x축에 더 가깝다.
⑤ x의 값이 증가할 때, y의 값은 감소한다.

24 다음 함수 중 그 그래프가 제3사분면을 지나는 것의 기호를 써라.

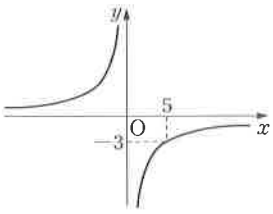
(ㄱ) $y=-2x$	(ㄴ) $y=3x$	(ㄷ) $y=\frac{4}{9}x$
(ㄹ) $y=\frac{3}{8x}$	(ㅁ) $y=-\frac{15}{x}$	(ㅂ) $y=-\frac{20}{7x}$

25 점 $P(5,\ -8)$과 원점에 대하여 대칭인 점은 $Q(a,\ b)$이고, 점 P와 x축에 대하여 대칭인 점은 $R(c,\ d)$일 때, $ab+cd$의 값을 구하여라.

26 좌표평면 위의 두 점 $A\left(3a-1,\ \frac{a}{5}+2\right)$, $B\left(\frac{b}{4}-5,\ 7-2b\right)$가 각각 x축, y축 위의 점일 때, $a+b$의 값을 구하여라.

27 함수 $y=-\frac{36}{x}$의 그래프가 두 점 $A(a,\ 12)$, $B(-6,\ b)$를 지날 때, $a-b$의 값을 구하여라.

28 오른쪽 그래프가 나타내는 함수의 식을 구하여라.

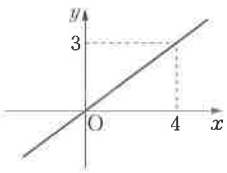


29 8개에 4000원인 사과 x개를 사면 내야 하는 금액은 y원이다. x와 y 사이의 관계식을 구하여라.

30 점 $\mathrm{A}(4,\ -5)$와 x축에 대하여 대칭인 점을 B라 할 때, 점 B와 y축에 대하여 대칭인 점의 좌표를 구하여라.

31 두 함수 $f(x)=3x$, $g(x)=-\dfrac{2}{x}$에 대하여 $g(f(-1)+f(3))$의 값을 구하여라.

32 함수 $y=f(x)$의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, $f(8)-f(-12)$의 값을 구하여라.



33 제2사분면 위에 있는 점의 x좌표가 a이고, 제4사분면 위에 있는 점의 y좌표가 b일 때, 점 $\mathrm{A}(ab,\ b+a)$는 제 몇 사분면 위에 있는지 구하여라.

34 좌표평면 위의 세 점 $\mathrm{A}(-2,\ 3)$, $\mathrm{B}(0,\ -1)$, $\mathrm{C}(2,\ 1)$을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC의 넓이를 구하여라.

35 함수 $f(x)=(x$보다 작은 소수의 개수$)$에서 x의 값은 $0\le x\le 20$인 정수일 때, 이 함수의 함숫값을 모두 구하여라.

36 함수 $f(x)=\frac{2}{3}x+a$에 대하여 $f(9)=8$일 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) $f(21)$을 구하여라.

(2) $f(b)=5$일 때, b의 값을 구하여라.

STEP C

37 다음 물음에 답하여라.

(1) y는 x에 정비례하고 $x=2$일 때, $y=1$이다. $x=5$일 때, y의 값을 구하여라.

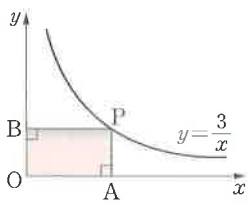
(2) y는 x에 정비례하고 $x=2$일 때, $y=5$이다. $x=3$일 때, y의 값을 구하여라.

(3) y는 x에 반비례하고 $x=2$일 때, $y=4$이다. $x=8$일 때, y의 값을 구하여라.

(4) y는 x에 반비례하고 $x=8$일 때, $y=2$이다. $x=4$일 때, y의 값을 구하여라.

38 어느 양초에 불을 붙이면 2시간에 6 cm씩 탄다. 불을 붙인 지 x분 후에 양초가 탄 길이를 y cm라 할 때, x와 y 사이의 관계식을 구하여라.

39 오른쪽 그림에서 함수 $y=\frac{3}{x}$의 그래프 위의 점 P에서 x축, y축에 내린 수선의 발을 각각 A, B라 할 때, 직사각형 OAPB의 넓이를 구하여라.



쑥쑥 발전문제

1 x의 값은 2, 3, 4, 5이고, y의 값은 1, 2, 3, 4, 5, 6일 때, 다음 중 y가 x의 함수인 것을 모두 고르면?

① x에 x의 약수가 대응한다.
② x에 x의 배수가 대응한다.
③ x에 x의 제곱이 되는 수가 대응한다.
④ x에 x의 약수의 개수가 대응한다.
⑤ x에 x의 소인수의 개수가 대응한다.

2 다음 중 y가 x의 함수인 것을 모두 고르면?

① 한 변의 길이가 $x$cm인 정오각형의 둘레의 길이는 $y$cm이다.
② 소포의 무게 yg까지는 무게에 관계없이 우편요금은 x원으로 일정하다.
③ 시속 4km로 x시간 동안 걸은 거리는 $y$km이다.
④ 밑변이 $x$cm, 높이가 $y$cm인 삼각형의 넓이는 20cm^{2}이다.
⑤ 절댓값이 자연수 x가 되는 수는 y이다.

3 두 점 A$(-3, 4)$, B$(b, 6)$이 함수 $y=-\frac{a}{x}$의 그래프 위의 점일 때, $a+b$의 값을 구하여라.

해답은 p. 69

4 함수 $f(x)=3x+2$에 대하여 $f(a)=2$, $f(b)=5$, $f(c)=8$일 때, $a+b+c$의 값을 구하여라.

5 함수 $f(x)=3x-2$에 대하여 $\dfrac{f(4)-f(2)}{4-2}$의 값을 구하여라.

STEP B

6 함수 $f(x)=\dfrac{8}{9}x+11$에 대하여 $f(-12)=a$, $f(b)=\dfrac{5}{3}$일 때, ab의 값을 구하여라.

7 x는 0, 1, 2이고, y는 1, 2일 때, $y>x$를 만족하는 순서쌍 (x, y)의 개수를 구하여라.

8 다음 함수의 그래프를 각각 그려라.

(1) $y=\frac{3}{8}x$ (2) $y=\frac{2}{5x}$

9 좌표평면 위의 네 점 $A(-1, 2)$, $B(-2, 0)$, $C(1, -2)$, $D(1, 1)$을 꼭짓점으로 하는 사각형 ABCD의 넓이를 구하여라.

10 점 $(-4, 7)$이 함수 $y=\frac{a}{x}$의 그래프 위에 있을 때, 이 그래프 위에 있는 점 중에서 x좌표, y좌표가 모두 정수인 점은 몇 개인지 구하여라. (단, a는 상수)

11 좌표평면 위의 점에 대하여 다음 물음에 답하여라.

(1) x좌표는 6보다 작은 자연수이고, y좌표는 5보다 작은 자연수인 점 (x, y)의 개수를 모두 구하여라.

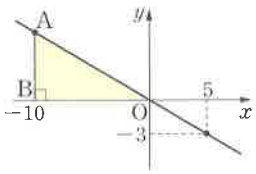
(2) 두 점 $A(2a-3, -4b-1)$, $B(-3a, 2b-3)$이 원점에 대하여 대칭일 때, a, b의 값을 각각 구하여라.

12 a, b의 조건이 다음과 같을 때, 점 $\mathrm{P}(a,\ b)$는 제 몇 사분면 위에 존재하는지 구하여라.

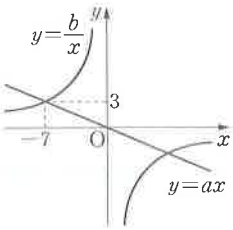
(1) $a+b>0,\ ab>0$
(2) $a-b>0,\ ab<0$
(3) $b-a>0,\ ab<0$
(4) $\frac{a}{b}<0,\ ab+b>0$

STEP B

13 오른쪽 그림과 같이 한 점 $(5,\ -3)$을 지나는 함수의 그래프가 있다. 이 그래프 위의 한 점 A에서 x축에 내린 수선의 발 B의 좌표가 $(-10,\ 0)$일 때, $\triangle$ABO의 넓이를 구하여라.



14 오른쪽 그림과 같이 함수 $y=ax$의 그래프와 함수 $y=\frac{b}{x}$의 그래프가 만날 때, ab의 값을 구하여라. (단, a, b는 상수)



15 두 점 $A(a+2,\ 3b+1)$, $B(6-2a,\ b-1)$이 각각 x축, y축 위의 점일 때, 점 $C(a-b,\ ab)$의 좌표를 구하여라.

16 점 $P(-2,\ 3)$와 y축에 대하여 대칭인 점을 Q, 점 Q와 원점에 대하여 대칭인 점을 R라 할 때, $\triangle PQR$의 넓이를 구하여라.

17 톱니의 수의 비가 $7:5$인 두 개의 톱니바퀴 P, Q가 서로 맞물려 돌고 있다. P의 1분간 회전수를 x번, Q의 1분간 회전수를 y번이라 할 때, x와 y 사이의 관계식을 구하여라.

18 좌표평면 위의 두 점 $A(4a+7,\ -1)$, $B(1,\ 9-4b)$가 원점에 대하여 서로 대칭인 점일 때, 점 $C(-a^2b,\ a+2b)$는 제 몇 사분면 위의 점인지 구하여라.

19 매분 25 L씩 물을 채우면 48분 만에 가득 차는 빈 물탱크가 있다. 이 물탱크를 30분 만에 가득 채우려면 매분 몇 L씩 물을 넣어야 하는지 구하여라.

20 다음 각 경우에 대하여 y와 z의 관계를 구하여라.

(1) y는 x에 정비례하고 x는 z에 정비례한다.

(2) y는 x에 정비례하고 x는 z에 반비례한다.

(3) y는 x에 반비례하고 x는 z에 반비례한다.

(4) y는 x에 반비례하고 x는 z에 정비례한다.

STEP B

21 함수 $y=\frac{a}{x}$의 그래프와 함수 $y=bx$의 그래프가 만나는 점의 좌표가 $(-2,\ 6)$일 때, $2a-b$의 값을 구하여라. (단, a, b는 상수)

22 함수 $f(x)$에 대하여 $f(-2x+1)=\frac{2}{5}x+4$일 때, $f\left(\frac{1}{6}\right)\times f(-2)$의 값을 구하여라.

23 $AB+D=C$에 대하여 다음과 같은 두 개의 문자가 일정한 값을 가진다. 나머지 두 문자 사이의 관계가 반비례 관계인 것은?

① $A=2$, $B=3$ ② $A=2$, $C=4$ ③ $A=4$, $D=1$
④ $B=1$, $C=5$ ⑤ $C=3$, $D=2$

24 함수 $f(x)=3x+a$에 대하여 $f(-1)=5$, $f(2k+1)+3=f(k-5)$일 때, k의 값을 구하여라. (단, a는 상수)

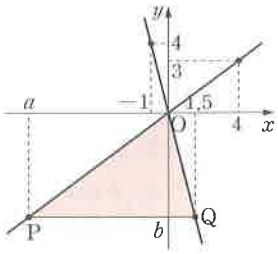
25 함수 $y=f(x)$의 함숫값이 모두 자연수이고, 이 함수가 $f(1)=3$, $f(a+b)=f(a)+f(b)+2ab$를 만족할 때, $f(2)+f(4)+f(6)$의 값을 구하여라.

26 함수 $f(x)=ax-1-(a-x)$가 $f(2)=3$을 만족할 때, 다음 물음에 답하여라. (단, a는 상수)

(1) $f(3)$의 값을 구하여라.

(2) $2f(2)+f(3)=3f(p)$를 만족하는 p의 값을 구하여라.

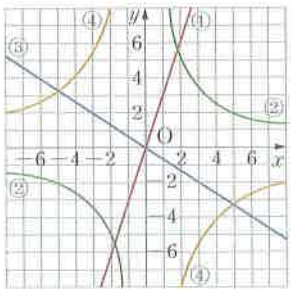
27 오른쪽 그림에서 a, b의 값을 각각 구하고, $\triangle OPQ$의 넓이를 구하여라.



STEP B

28 함수 $y=-\frac{a}{x}$의 그래프는 점 $(12,\ 4)$를 지나고 함수 $y=bx$의 그래프는 점 $\left(\frac{2}{3},\ -\frac{2}{7}\right)$를 지날 때, $a-7b$의 값을 구하여라. (단, a, b는 상수)

29 함수의 그래프가 오른쪽 그림의 ①~④와 같이 나타나는 함수의 식을 각각 구하여라.



30 좌표평면 위의 원점이 아닌 점 $P(a, b)$에 대하여 다음 물음에 답하여라.

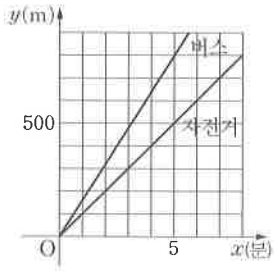
(1) 점 P와 x축에 대하여 대칭인 점 Q의 좌표를 구하여라.

(2) 점 P와 y축에 대하여 대칭인 점 R의 좌표를 구하여라.

(3) 점 P를 원점을 중심으로 하여 시계 반대 방향으로 90° 회전시킨 점 A의 좌표를 구하여라.

(4) (3)의 점 A와 원점에 대하여 대칭인 점 B의 좌표를 구하여라.

31 오른쪽 그래프는 집에서 2.4 km 떨어진 박물관까지 가는데 출발 후 x분 동안 간 거리를 y m로 하여 자전거로 갈 때와 버스로 갈 때를 나타낸 것이다. 집에서 버스를 타고 출발하면 자전거를 타고 출발할 때보다 몇 분이나 더 빨리 도착하는지 구하여라.



32 좌표평면 위의 세 점 $A(-2, -1)$, $B(3, -1)$, $C(5, 3)$에 대하여 선분 AB, 선분 BC를 두 변으로 하는 평행사변형 ABCD에서 점 D의 좌표를 구하여라.

33 좌표평면 위의 세 점 $O(0, 0)$, $A(5, 1)$, $B(1, 5)$를 꼭짓점으로 하는 $\triangle OAB$의 넓이를 직선 $y=kx$가 이등분할 때, 상수 k의 값을 구하여라.

34 $\frac{1}{n(n+1)}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}$임을 이용하여 함수 $f(x)=\frac{1}{x(x+1)}$에 대하여 $f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(19)+f(20)$의 값을 구하여라.

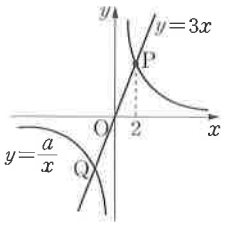
35 x에 대한 함수 $f(x)$가 임의의 a, b에 대하여 $f(1)=1$, $f(a)f(b)=f(a+b)+f(a-b)$를 만족할 때, $2f(0)+f(2)$의 값을 구하여라.

1 함수 $f(x)=(x$의 약수 중 가장 큰 소수$)$에 대하여 x는 $3\le x\le 10$인 자연수일 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) $f(6), f(7), f(8), f(9), f(10)$의 값을 각각 구하여라.

(2) $f(x)$의 최댓값과 최솟값을 각각 구하고, 이때 x의 값을 구하여라.

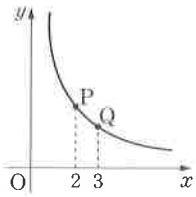
2 두 함수 $y=3x$, $y=\frac{a}{x}$의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 상수 a의 값을 구하여라.



3 오른쪽 그림은 함수 $y=\frac{a}{x}$ $(x>0)$의 그래프이고, 점 P와 점 Q의 y좌표의 차는 1이다. 다음 물음에 답하여라.

(1) 상수 a의 값을 구하여라.

(2) 점 P의 좌표를 구하여라.



4 함수 $f(x)=ax+b(a\neq0)$가 $f(0)=-3$, $(f(1)+1)^2=4$를 만족할 때, 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값을 구하여라.

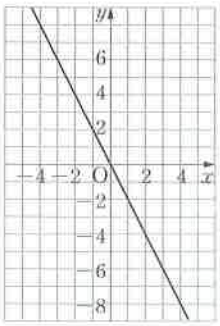
5 좌표평면 위의 세 점 $\mathrm{P}(0,\ 5)$, $\mathrm{Q}(6,\ a)$, $\mathrm{R}(6,\ 0)$에 대하여 다음 물음에 답하여라. (단, $a>0$)

(1) $\triangle\mathrm{PQR}$의 넓이를 S라 할 때, a와 S 사이의 관계식을 구하여라.

(2) $S=21$일 때, a의 값을 구하여라.

STEP A

6 오른쪽 그림은 어느 날을 기준으로 하여 강의 수위가 변화하는 양을 그래프로 나타낸 것이다. 기준일로부터 x일 후의 수위의 변화를 y cm라 할 때, 다음 물음에 답하여라.



(1) 기준일로부터 4일 후에는 수위가 몇 cm 낮아졌는지 구하여라.

(2) 기준일로부터 3일 전에는 수위가 몇 cm 높았는지 구하여라.

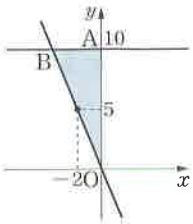
(3) x와 y 사이의 관계식을 구하여라.

(4) 기준일보다 수위가 12 cm 낮아지는 것은 며칠 후인지 구하여라.

7 오른쪽 그래프에 대하여 다음 물음에 답하여라.

(1) x와 y 사이의 관계식을 구하여라.

(2) 점 A$(0,\ 10)$에서 x축에 평행한 직선을 그어 이 그래프와 만나는 점을 B라 할 때, △OAB의 넓이를 구하여라.



8 함수 $f(x)=\left|\dfrac{x-|x|}{2}\right|\div(-3)$일 때, $f(f(-8))$의 값을 구하여라.

9 밑넓이가 $100\,\text{cm}^2$이고 부피가 $2\,\text{L}$인 원기둥 모양의 빈 용기에 물을 넣을 때, 다음 물음에 답하여라.

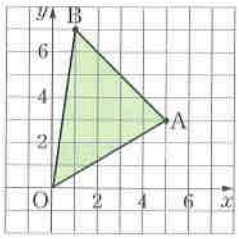
(1) 매초 $50\,\text{cm}^3$만큼의 물을 넣으면 몇 초 후 용기에 물이 가득 차는지 구하여라.

(2) 매초 $a\,\text{cm}^3$만큼의 물을 30초 동안 넣으면 높이가 $h\,\text{cm}$가 된다. 매초 $2a\,\text{cm}^3$만큼씩 넣어 높이가 $h\,\text{cm}$가 되는 때까지의 시간을 구하여라.

(3) 매초 $a\,\text{cm}^3$만큼의 물을 x초 동안 넣으면 높이가 $y\,\text{cm}$가 된다고 할 때, x와 y 사이의 관계식을 a를 사용하여 나타내어라.

10 원점과 점 $(5,\ -4)$를 지나는 직선이 두 점 $(a,\ -8)$과 $\left(-\dfrac{5}{2},\ b\right)$를 지난다. 이때 점 $(a,\ b)$를 지나는 함수 $y=\dfrac{c}{x}$의 그래프 위의 점 중에서 x좌표와 y좌표가 모두 정수인 점의 개수를 구하여라. (단, c는 상수)

11 오른쪽 그림에 대하여 다음 물음에 답하여라.



(1) 세 점 O, A, P$(12, a)$가 일직선 위에 있을 때, a의 값을 구하여라.

(2) 점 O를 지나고 △OAB의 넓이를 이등분하는 직선의 식을 구하여라.

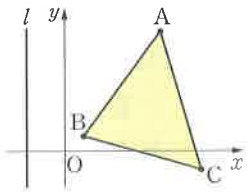
(3) 함수 $y=kx$가 △OAB의 내부를 지나도록 하는 k의 값의 범위를 구하여라. (단, k는 상수이고 △OAB의 꼭짓점은 지나지 않는다.)

12 함수 $y=ax$의 그래프가 점 $(6, -1)$을 지나고 함수 $y=\frac{b}{x}$의 그래프가 점 $(-8, 3)$을 지날 때, 두 함수의 그래프는 두 점에서 만난다. 두 점 중 x좌표가 0보다 큰 수의 점의 좌표를 구하여라. (단, a, b는 상수)

13 점 $(0, 3)$을 지나고 x축에 평행한 직선이 두 함수 $y=-6x$, $y=\frac{3}{4}x$의 그래프와 만나는 점을 각각 P, Q라 할 때, △POQ의 넓이를 구하여라.

STEP A

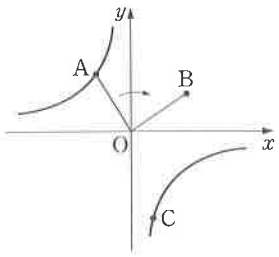
14 오른쪽 그림의 좌표평면에서 세 점 A, B, C의 좌표는 A(5, 8), B(1, 1), C(7, −1)이고, 직선 l은 점 (−2, 0)을 지나고 y축에 평행한 직선이다. 다음 물음에 답하여라.



(1) 점 A와 직선 l에 대하여 대칭인 점의 좌표를 구하여라.

(2) △ABC의 넓이를 구하여라.

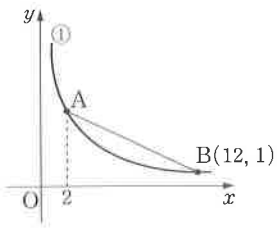
15 오른쪽 그래프가 점 A(−2, a), C(1, −6)을 지날 때, 다음 물음에 답하여라.



(1) x와 y 사이의 관계식을 구하여라.

(2) 점 A를 원점을 중심으로 하여 화살표 방향으로 90° 회전이동시킨 점 B의 좌표를 구하여라.

16 오른쪽 그래프에 대하여 다음 물음에 답하여라.



(1) ①의 그래프를 식으로 나타내어라.

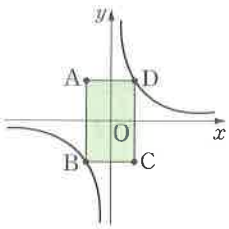
(2) 직선 $y=ax$가 선분 AB와 만나기 위한 a의 값의 범위를 구하여라.

17 톱니의 수가 36개이고, 1분간 20회 회전하는 톱니바퀴 A에 톱니의 수가 18개인 톱니바퀴 B가 맞물려 있다. 또, 톱니바퀴 B에는 톱니의 수가 x개인 톱니바퀴 C가 맞물려 있다. A를 1분간 회전시킬 때의 C의 회전수를 y회라 할 때, x와 y 사이의 관계식을 구하여라.

18 오른쪽 그래프가 점 $(3, 5)$를 지날 때, 다음 물음에 답하여라.

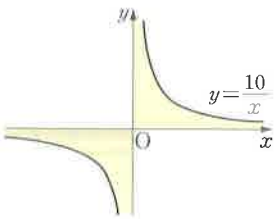
(1) 그래프의 식을 구하여라.

(2) 선분 AB와 선분 DC, 선분 AD와 선분 BC가 각각 y축, x축에 평행할 때, 직사각형 ABCD의 넓이를 구하여라.

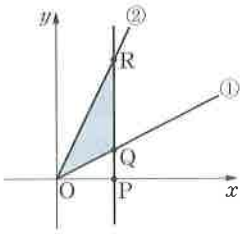


STEP A

19 오른쪽 그림이 함수 $y=\frac{10}{x}$의 그래프일 때, 색칠한 부분에서 x좌표와 y좌표가 모두 정수인 점의 개수를 구하여라. (단, 함수의 그래프와 좌표축 위의 점은 포함하지 않는다.)



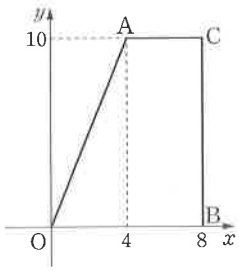
20 오른쪽 그림과 같은 두 직선 ① : $y=\frac{1}{2}x(x\geq 0)$, ② : $y=2x(x\geq 0)$가 있다. x축 위의 양의 방향을 움직이는 점 P를 지나고 y축에 평행한 직선이 ①, ②와 만나는 점을 각각 Q, R라 하고, △OQR의 넓이를 S라 할 때, 다음 물음에 답하여라.



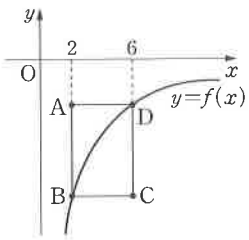
(1) 점 P(4, 0)일 때, S의 값을 구하여라.

(2) 점 R의 y좌표가 12일 때, S의 값을 구하여라.

21 오른쪽 그림과 같이 좌표평면 위에 네 점 O(0, 0), A(4, 10), B(8, 0), C(8, 10)이 있다. 함수 $y=ax(a\neq 0)$의 그래프가 사다리꼴 AOBC의 넓이를 이등분할 때, 상수 a의 값을 구하여라.



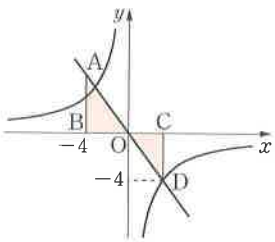
22 오른쪽 그림과 같이 두 점 B, D가 함수 $f(x)=\frac{a}{x}$의 그래프 위에 있다. 직사각형 ABCD의 넓이는 24일 때, $f\left(\frac{3}{2}n\right)=-4$인 상수 n의 값을 구하여라. (단, a는 상수)



23 점 $P(a-b,\ ab)$가 제2사분면 위에 있을 때, 다음 중 항상 제4사분면 위에 있는 점은? (단, $a^2>b^2$)

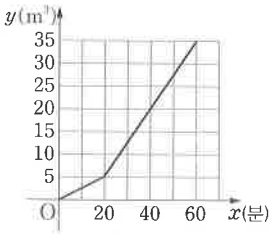
① $A\left(\frac{a-b}{ab},\ a+b\right)$
② $B\left(-\frac{ab}{a+b},\ \frac{a^3}{b}\right)$
③ $C\left(\frac{a^2-b}{ab},\ ab^2\right)$
④ $D\left(-\frac{ab^2}{a-b},\ \frac{a}{b}\right)$
⑤ $E\left(\frac{b-a^2}{a+b},\ \frac{a+b^2}{a-b}\right)$

24 오른쪽 그림에서 △COD의 넓이가 6일 때, △ABO의 넓이를 구하여라.

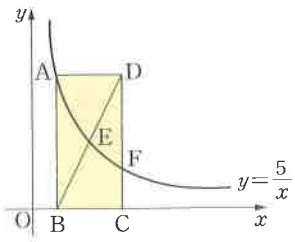


STEP A

25 부피가 $90\,m^3$인 빈 물통에 물을 넣는데 처음 20분 동안은 수도 A만을 사용하여 물을 넣고, 그 후에는 두 개의 수도 A와 B를 같이 이용하여 물을 넣었다. 오른쪽 그림은 물을 넣기 시작하여 x분이 지났을 때, 물통에 들어간 물의 양 $y\,m^3$의 관계를 그래프로 그린 것이다. 이 물통이 비어있을 때, 수도 B만을 이용하여 물통에 물을 가득 채우는 데에는 몇 시간 몇 분이 걸리는지 구하여라.



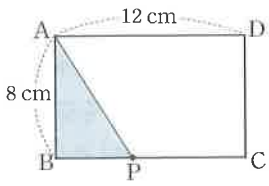
26 오른쪽 그림에서 직사각형 ABCD의 점 A와 대각선 BD의 중점 E는 함수 $y=\frac{5}{x}(x>0)$의 그래프 위의 점이고, 두 점 B, C는 x축 위에 있다. 다음 물음에 답하여라.



(1) 점 E의 x좌표가 m일 때, 점 B의 좌표를 m으로 나타내어라.

(2) 점 E의 x좌표가 5일 때, 함수 $y=\frac{5}{x}$의 그래프와 선분 CD가 만나는 점 F의 좌표를 구하여라.

27 오른쪽 그림의 직사각형 ABCD의 변 위를 점 P가 매초 2 cm의 속력으로 점 B를 출발하여 점 C를 지나 점 D까지 움직인다. 점 P가 점 B를 출발한 지 x초 후의 △ABP의 넓이를 y cm²라 할 때, 다음 물음에 답하여라.

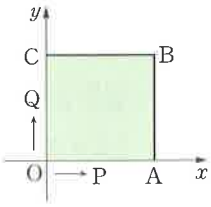


(1) 점 P가 변 BC 위에 있을 때, x와 y 사이의 관계식을 구하여라.

(2) 점 P가 변 CD 위에 있을 때, y의 값을 구하여라.

(3) x와 y 사이의 관계를 나타내는 그래프를 그려라.

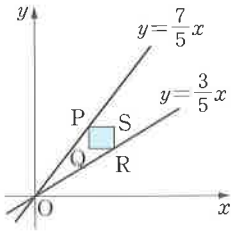
28 오른쪽 그림과 같이 좌표평면 위의 네 점 O(0, 0), A(8, 0), B(8, 8), C(0, 8)을 꼭짓점으로 하는 정사각형 OABC가 있다. 두 점 P, Q가 원점 O를 동시에 출발하여 점 P는 매초 2의 속력으로, 점 Q는 매초 3의 속력으로 각각 화살표 방향으로 움직여 정사각형의 변 위를 한 바퀴 돌 때, 다음 물음에 답하여라.



(1) 점 P가 변 AB의 중점에 있을 때, 점 Q의 좌표를 구하여라.

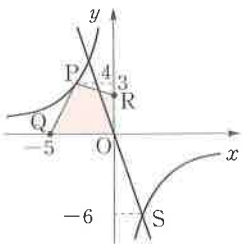
(2) 점 P와 점 Q가 처음으로 만나는 것은 원점 O를 출발한 지 몇 초 후인지 구하여라.

29 오른쪽 그림에서 두 점 P, R는 각각 함수 $y=\frac{7}{5}x$, $y=\frac{3}{5}x$의 그래프 위의 점이다. 넓이가 25이고 각 변이 x축, y축에 평행한 정사각형 PQRS가 되도록 네 점 P, Q, R, S를 잡을 때, 두 점 Q, S의 좌표를 각각 구하여라.



STEP A

30 오른쪽 그림은 두 함수 $y=-3x$, $y=\frac{k}{x}$의 그래프이다. 이때 사각형 PQOR의 넓이를 구하여라. (단, k는 상수)

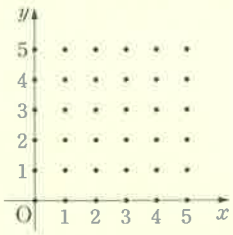


1 함수 $y=f(x)$에 대하여 다음을 만족한다고 한다. $f(x)=1$을 만족하는 $0\le x\le 100$인 정수 x의 값의 개수를 구하여라.

- $f(0)=1$
- $f(3+x)=f(3-x)$
- $f(8+x)=f(8-x)$

해답은 p. 80

2 좌표평면 위에서 좌표축의 한 눈금의 길이를 1 cm라 하고, x좌표와 y좌표가 모두 정수인 점을 •으로 표시한다. x축 위의 점 • 중에서 x좌표가 자연수인 점 하나를 선택하여 점 A라 하고, 점 • 중에서 y좌표가 자연수인 점 하나를 선택하여 점 B라 한다. 이때 원점 O와 두 점 A, B를 연결하여 만들 수 있는 모든 △OAB 중 합동인 삼각형들은 모두 한 개라 생각할 때, ∠OAB와 ∠AOB의 크기가 모두 90° 이하인 삼각형의 개수를 M개라 한다. 넓이가 15 cm²인 △OAB에 대하여 M의 값을 구하여라.



MEMO